Calore specifico

L'aumento (diminuzione) di temperatura in una sostanza è proporzionale all'energia fornita (sottratta) alla sostanza sotto forma di calore:

$$\Delta T \propto Q$$

Il calore che deve essere fornito per aumentare di un grado centigrado un chilogrammo della sostanza è il calore specifico:

$$c = \frac{1}{m}\frac{Q}{\Delta T}$$

Il calore che deve essere fornito per aumentare di un grado centigrado una mole della sostanza è il calore specifico molare:

$$C = \frac{1}{n}\frac{Q}{\Delta T}$$

Calore specifico di un gas

Se si fornisce calore ad un gas aumentandone la temperatura, il prodotto PV aumenta.

CASO 1: V = costante (trasformazione isometrica)

$$\Delta U = Q - W = Q = C_V n \Delta T$$

tutto il calore va in aumento della temperatura.

CASO 2: P = costante (trasformazione isobara)

$$\Delta U = Q - W = C_V n \Delta T \ \Rightarrow \ Q = \Delta U + W = \Delta U + P\Delta V = C_P n \Delta T$$

parte del calore serve ad espandere il gas, quindi la temperatura aumenta di meno.

$\Rightarrow$ $C_P > C_V$

con: $R = C_P - C_V$ costante dei gas

$\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ $\quad PV^\gamma$ = costante per processi adiabatici

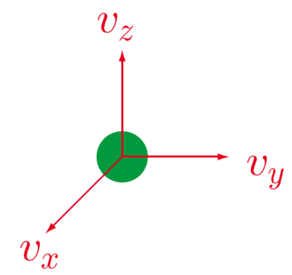
$\gamma = \dfrac{2}{f} + 1$ $\quad f$ = gradi di libertà dei componenti del gas

Gradi di libertà dei componenti di un gas

Un "grado di libertà" è un modo di assorbire energia da parte di un gas. Ciascun grado di libertà assorbe, in media, un'energia pari a $\frac{1}{2}kT$ (con k=costante di Boltzmann)

Molecole monoatomiche

3 gradi di libertà cinetici:
movimento nelle tre direzioni spaziali

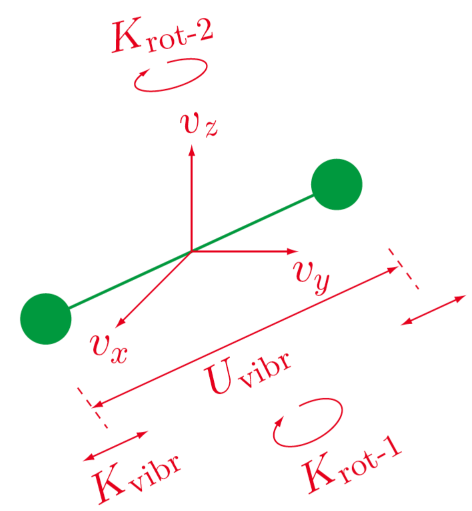


Molecole biatomiche

3 gradi di libertà cinetici:
movimento nelle tre direzioni spaziali

2 gradi di libertà rotazionali:
rotazione attorno agli assi perpendicolari alla congiungente i due atomi

2 gradi di libertà vibrazionali:
vibrazione attorno ai punti di equilibrio (cinetico)
distanza tra i punti di equilibrio (potenziale)



Misura di γ

A temperatura ambiente:

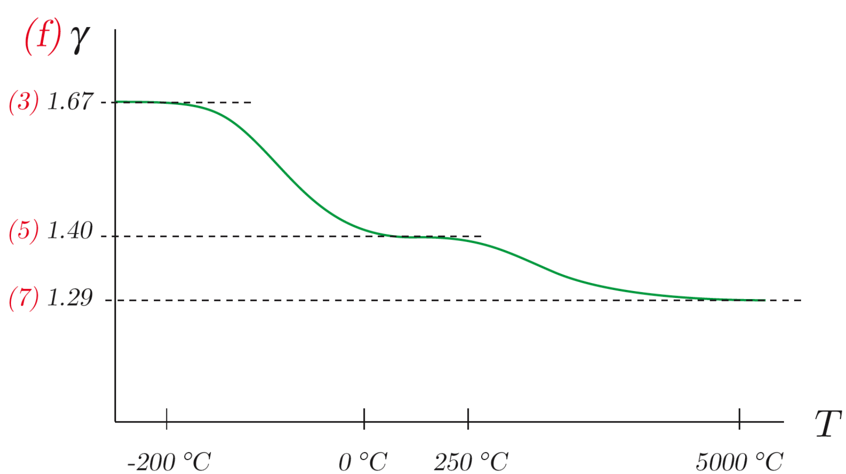
Gas	Simbolo	γ	$f=2/(\gamma-1)$
Elio	He	1.666	3
Argo	Ar	1.668	3
Idrogeno	H_2	1.410	4.9
Azoto	N_2	1.404	4.95
Ossigeno	O_2	1.401	4.99
Ossido di Carbonio	CO	1.404	4.95
Anidride Carbonica	CO_2	1.302	6.6
Anidride Solforosa	SO_2	1.29	6.9

OK

5 invece di 7

7 invece di 13

Inoltre, ad es. per l'idrogeno (H_2):



Ipotesi 1: *A bassa temperatura i due atomi della molecola sono impacchettati più strettamente.*

⬇

Falso: da misure di diffusione si ricava che le dimensioni della molecola non cambiano con la temperatura

Ipotesi 2: *L'energia è quantizzata: se il livello di energia minimo è molto alto diventa accessibile solo ad alta temperatura.*

Da misure di assorbimento della radiazione elettromagnetica, la frequenza fondamentale di vibrazione della molecola di H_2 è: $\nu = 1.25 \times 10^{14}\,\mathrm{Hz}$

1° livello di energia: $E = \underset{\nearrow}{h}\nu = \underset{\nwarrow}{2} \times \left(\frac{1}{2}kT\right) \Rightarrow T = 5990°\mathrm{C}$

costante di Planck = 6.6x10^{-34} Js *la vibrazione dà 2 gradi di libertà*

La variazione di γ con la temperatura è graduale perchè alcune molecole possono avere un'energia elevata ($\frac{1}{2}kT$ è l'energia media per grado di libertà).

Solidi

L'energia interna è solo vibrazionale (i componenti non si possono muovere):

3 direzioni ➡ 6 gradi di libertà

$$U = 6N\left(\frac{1}{2}kT\right) = 3NkT = 3nRT$$

numero di atomi indipendenti

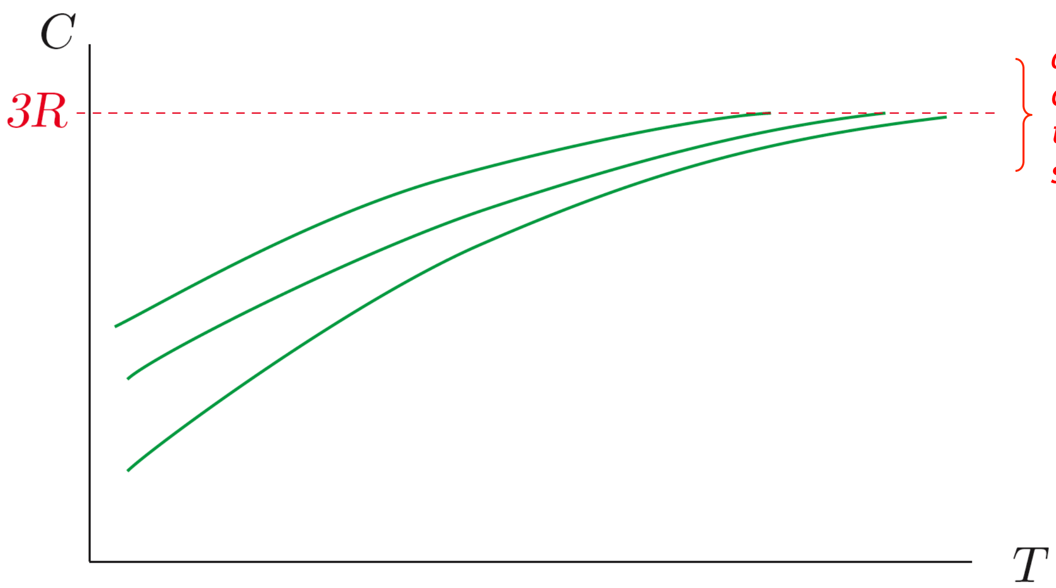
Le trasformazioni possono avvenire solo a volume (quasi) costante: $C = C_V =$ calore specifico molare

$$C = \frac{1}{n}\frac{dQ}{dT} = \frac{1}{n}\frac{dU}{dT} = \frac{1}{n}3nR = 3R$$

$$\Downarrow$$

$$C = 3R \simeq 6\ \frac{\text{calorie}}{\text{mole K}} \simeq 25\ \frac{\text{J}}{\text{mole K}}$$

$$R \simeq 2\ \frac{\text{calorie}}{\text{mole K}} \simeq 8.31\ \frac{\text{J}}{\text{mole K}}$$

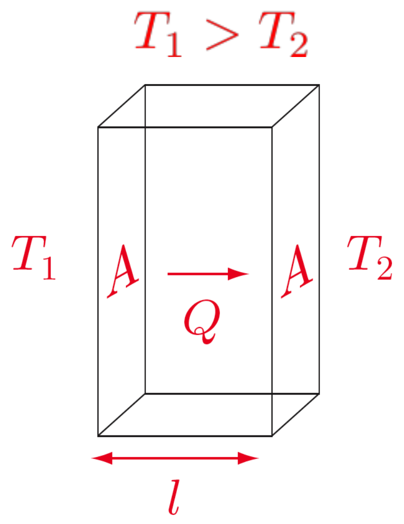


ad alta temperatura tutti i solidi costituiti da atomi indipendenti tendono ad avere lo stesso calore specifico molare

I 3 gradi di libertà vibrazionali non hanno gli stessi livelli energetici perchè i cristalli hanno direzioni preferenziali (non sono omogenei).

Trasmissione del calore per conduzione

Conduzione: trasporto di calore attraverso il contatto tra corpi.

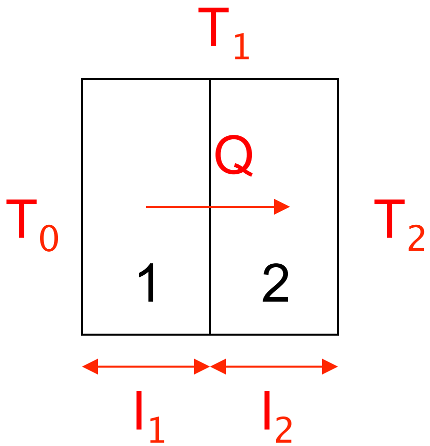


Il flusso di calore tra la faccia a T_1 e quella a T_2 è:

$$\frac{Q}{\Delta t} = \mathcal{K} A \frac{T_1 - T_2}{l}$$

$\boxed{\mathcal{K} = \text{conducibilità termica}}$

In generale, i metalli conducono bene il calore perchè gli elettroni sono liberi di muoversi e quindi di trasportare energia da un punto all'altro del corpo.



$$T_0 > T_1 > T_2$$

Se T_0 e T_2 sono fissate, il flusso di calore è uguale nei due corpi:

$$\frac{Q}{\Delta t} = \underbrace{\mathcal{K}_1 A \frac{T_1 - T_0}{l_1} = \mathcal{K}_2 A \frac{T_2 - T_1}{l_2}}$$

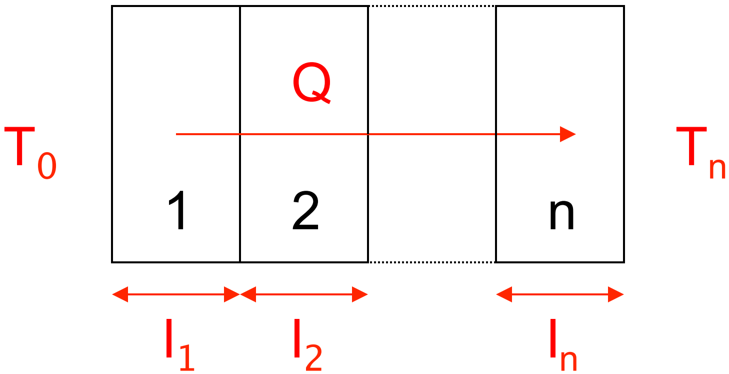
$$(\mathcal{K}_1 T_1 - \mathcal{K}_1 T_0) l_2 = (\mathcal{K}_2 T_2 - \mathcal{K}_2 T_1) l_1$$

$$\mathcal{K}_1 T_1 l_2 - \mathcal{K}_1 T_0 l_2 = \mathcal{K}_2 T_2 l_1 - \mathcal{K}_2 T_1 l_1$$

$$\Downarrow$$

Temperatura di equilibrio della superficie di separazione: $T_1 = \dfrac{\mathcal{K}_1 T_0 l_2 + \mathcal{K}_2 T_2 l_1}{\mathcal{K}_1 l_2 + \mathcal{K}_2 l_1}$

$$\begin{aligned}
\frac{Q}{\Delta t} = \mathcal{K}_2 A \frac{T_1 - T_2}{l_2} &= \mathcal{K}_2 A \left(\frac{\mathcal{K}_1 l_2 T_0 + \mathcal{K}_2 l_1 T_2}{\mathcal{K}_1 l_2^2 + \mathcal{K}_2 l_1 l_2} - \frac{T_2}{l_2} \right) = \\
&= A \left(\frac{\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 l_2 T_0 + \mathcal{K}_2^2 l_1 T_2}{\mathcal{K}_1 l_2^2 + \mathcal{K}_2 l_1 l_2} - \frac{\mathcal{K}_2 T_2}{l_2} \right) = \\
&= A \left(\frac{\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 l_2 T_0 + \mathcal{K}_2^2 l_1 T_2 - \mathcal{K}_2 T_2 \mathcal{K}_1 l_2 - \mathcal{K}_2^2 T_2 l_1}{\mathcal{K}_1 l_2^2 + \mathcal{K}_2 l_1 l_2} \right) = \\
&= A \left(\frac{\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 l_2 T_0 - \mathcal{K}_2 T_2 \mathcal{K}_1 l_2}{\mathcal{K}_1 l_2^2 + \mathcal{K}_2 l_1 l_2} \right) = \\
&= A (T_0 - T_2) \frac{\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 l_2}{\mathcal{K}_1 l_2^2 + \mathcal{K}_2 l_1 l_2} = \\
&= A (T_0 - T_2) \frac{\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2}{\mathcal{K}_1 l_2 + \mathcal{K}_2 l_1} = \\
&= \frac{1}{\frac{l_1}{\mathcal{K}_1} + \frac{l_2}{\mathcal{K}_2}} A (T_0 - T_2)
\end{aligned}$$



$$T_0 > T_1 > T_2 > \ldots > T_n$$

$$\frac{Q}{\Delta t} = A\frac{T_0 - T_n}{\sum_i \frac{l_i}{\mathcal{K}_i}} = A\boxed{\frac{\sum_i l_i}{\sum_i \frac{l_i}{\mathcal{K}_i}}}\frac{T_0 - T_n}{\sum_i l_i}$$

l'ordine in cui sono disposti i materiali non è rilevante

$\boxed{\mathcal{K}_{\text{efficace}}}$

Conducibilità termica

Sostanza	*$J\ s^{-1}\ m^{-1}\ K^{-1} = W\ m^{-1}\ K^{-1}$*	*$cal\ s^{-1}\ cm^{-1}\ K^{-1}$*
Acqua	0.59	1.5×10^{-3}
Aria	0.024	0.05×10^{-3}
Cemento	0.8	2×10^{-3}
Legno	0.2 - 0.4	$0.5 - 1 \times 10^{-3}$
Polistirolo espanso	0.04	0.1×10^{-3}
Lana di roccia	0.042	0.11×10^{-3}
Vetro	0.84	2.1×10^{-3}
Mattone	0.63	1.6×10^{-3}

Aria → *ottimo isolante termico*

Mattone → *meglio del cemento perchè contiene più aria*

10 cm cemento
7 cm lana di roccia
7 cm mattoni

$$\mathcal{K}_{\text{efficace}} = 0.126\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}$$

Riscaldamento domestico

Appartamento 10 m x 10 m x 2.7 m, area pareti: 108 m^2
Differenza di temperatura: 20°C - 0°C = 20 K
Spessore pareti: 0.24 m
Conducibilità termica pareti: 0.126 W/m K

Calore disperso in un giorno per grado Kelvin: $\mathcal{K}\frac{A}{l}t = 4.9 \times 10^6\ \mathrm{J} = 1.36\ \mathrm{kWh}$

Esempio:

$$\left.\begin{array}{l}180\ \text{giorni}\\ \Delta T \text{ medio di } 15\ {}^0\mathrm{C}\end{array}\right\} \Rightarrow \left(1.36\ \frac{kWh}{\text{giorno } K}\right)(180\ \text{giorni})(15\ {}^0\mathrm{C}) = 4.9\ MWh$$

Misure anglo-americane:

$$1\,\mathrm{Btu}\ (\text{British thermal unit}) = 1055\,\mathrm{J}$$

$$1\frac{\mathrm{Btu}}{\mathrm{ora}} = 0.293\,\mathrm{W}$$

$$1\mathrm{ft}\ (\text{piede}) = 0.3048\,\mathrm{m}$$

$$1\,^\circ\mathrm{F}\ (\text{grado Fahrenhait}) = \frac{5}{9}\,\mathrm{K}$$

$$1\,\frac{\mathrm{Btu/ora}}{\mathrm{ft}^2\,^\circ\mathrm{F}} = 5.677\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}}$$

$$\frac{\mathcal{K}}{l} = \frac{0.126\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}}{0.24\,\mathrm{m}} = 0.525\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}} = \frac{1}{11}\,\frac{\mathrm{Btu/ora}}{\mathrm{ft}^2\,^\circ\mathrm{F}} \Rightarrow R11$$

specifica internazionale

Trasmissione del calore per convezione

Convezione: trasporto di calore attraverso il moto di un fluido.

Il calore viene trasportato da un fluido a contatto con i diversi corpi (che non sono a contatto tra loro).

Naturale: in un campo di forze ➡ differenza di temperatura

⬇

differenza di densità

⬇

forza di Archimede

⬇

movimento

Esempio: nell'atmosfera l'aria calda tende a salire perchè ha una densità minore dell'aria più fredda circostante e quindi subisce una forza di Archimede superiore alla sua forza peso.

Forzata: miscelatore, ventilatore, ...

Numero di Nusselt

$$N_u = \frac{d}{\delta}$$

dimensione caratteristica dell'oggetto (nella direzione del moto del fluido)

spessore equivalente del materiale che opera la convezione (es.: aria) per ottenere con la stessa differenza di temperatura e per conduzione lo stesso flusso termico

In pratica: *dato* d *e* N_u, *si deriva* δ *e poi si calcola il flusso di calore con la formula della conduzione*

$$\frac{Q}{\Delta t} = \mathcal{K} A \frac{\Delta T}{\left(\frac{d}{N_u}\right)}$$

Convezione naturale

Dipende da:
- coefficiente di espansione del mezzo (α)
- densità del mezzo (ϱ)
- viscosità del mezzo (η)
- accelerazione di gravità (g)
- lunghezza caratteristica dell'oggetto in direzione del moto del fluido (d)
- differenza di temperatura oggetto-mezzo (ΔT)

$$N_{Gr} = \frac{\alpha \varrho^2 g d^3 \Delta T}{\eta^2}$$ numero di Grashof

$$N_u = a N_{Gr}^b$$ con: $$\begin{cases} 10^4 \leq N_{Gr} \leq 10^9 \;\Rightarrow\; a = 0.58;\; b = 0.25 \\ 10^9 \leq N_{Gr} \leq 10^{12} \;\Rightarrow\; a = 0.11;\; b = 0.33 \end{cases}$$

Uomo nudo in aria ferma a 20 $^\circ$C:

$$\left.\begin{aligned} &\alpha = 1/273 \;(\mathrm{da}: V = V_0(1+\alpha\tau)) \\ &\varrho = 1.3\,\mathrm{kg/m^3} \\ &g = 9.81\,\mathrm{m/s^2} \\ &d = 1.6\,\mathrm{m} \\ &\Delta T = 32\,^\circ\mathrm{C} - 20\,^\circ\mathrm{C} = 12\,^\circ\mathrm{C} \\ &\eta = 1.7\times 10^{-5}\,\mathrm{Pa\ s} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} &N_{Gr} = \frac{\alpha \varrho^2 g d^3 \Delta T}{\eta^2} = 1.03\times 10^{10} \\ &N_u = 0.11 \times N_{Gr}^{0.33} = 222 \\ &\delta = \frac{d}{N_u} = 7.2\,\mathrm{mm} \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{Q}{\Delta t} = \underbrace{\mathcal{K}}_{0.024\ \mathrm{W/m\,K}}\,\underbrace{A}_{1.6\ \mathrm{m^2}}\frac{\Delta T}{\delta} = 60\,\mathrm{W}$$

Convezione forzata

Dipende da:
- velocità del mezzo (v)
- densità del mezzo (ϱ)
- viscosità del mezzo (η)
- lunghezza caratteristica dell'oggetto in direzione perpendicolare al moto del fluido (d)
- differenza di temperatura oggetto-mezzo (ΔT)

$$N_{Re} = \frac{\varrho v d}{\eta}$$ numero di Reynolds

$$N_u = a + b N_{Re}^c \quad \text{con:} \quad \begin{cases} 0.1 \leq N_{Re} \leq 10000 \;\Rightarrow\; a = 0.32;\; b = 0.51;\; c = 0.52 \\ 10000 \leq N_{Re} \leq 50000 \;\Rightarrow\; a = 0;\; b = 0.24;\; c = 0.6 \\ 50000 \leq N_{Re} \leq 400000 \;\Rightarrow\; a = 0;\; b = 0.024;\; c = 0.81 \end{cases}$$

Uomo nudo in aria a 20 °C con vento a 10 m/s:

$$\left.\begin{array}{l} v = 10\,\mathrm{m/s} \\ \varrho = 1.3\,\mathrm{kg/m^3} \\ d = 0.3\,\mathrm{m} \\ \Delta T = 32\,^\circ\mathrm{C} - 20\,^\circ\mathrm{C} = 12\,^\circ\mathrm{C} \\ \eta = 1.7 \times 10^{-5}\,\mathrm{Pa\ s} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} N_{Re} = \dfrac{\varrho v d}{\eta} = 2.3 \times 10^5 \\ N_u = 0.024 \times N_{Re}^{0.81} = 528 \\ \delta = \dfrac{d}{N_u} = 0.57\,\mathrm{mm} \end{array}\right\} \quad \frac{Q}{\Delta t} = \mathcal{K} A \frac{\Delta T}{\delta} = 760\,\mathrm{W}$$

$\mathcal{K}$: 0.024 W/m K $\qquad$ A: 1.6 m²

Trasmissione di calore per irraggiamento

Irraggiamento: trasporto di calore attraverso l'energia elettromagnetica.

Il calore viene emesso da un corpo sotto forma di energia elettromagnetica e assorbito da un altro corpo non in contatto con esso (senza necessità di fluidi).

$$\frac{Q}{\Delta t} = \sigma \epsilon A \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

T_1 = *temperatura dell'oggetto più caldo*

T_2 = *temperatura dell'oggetto più freddo*

A = *area*

ϵ = *fattore di merito: 1=assorbitore perfetto; 0=riflettente perfetto tiene conto delle caratteristiche della superficie*

σ = *5.67 x 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}*

Uomo nudo in aria a 20 °C:

$$\left.\begin{aligned} A &= 1.6\,\mathrm{m}^2 \\ T_1 &= 32\,^\circ\mathrm{C} = 305\,\mathrm{K} \\ T_2 &= 20\,^\circ\mathrm{C} = 293\,\mathrm{K} \\ \epsilon &\sim 0.5 \end{aligned}\right\} \quad \frac{Q}{\Delta t} = \sigma e A \left(T_1^4 - T_2^4\right) = 54\,\mathrm{W}$$

Dispersione termica giornaliera del corpo

Convezione

- *senza vento:* $Q = 60 \times 86400 = 5.2\,\mathrm{MJ} = 1200\,\mathrm{kcal}$
- *con vento a 10 m/s:* $Q = 760 \times 86400 = 66\,\mathrm{MJ} = \underline{15000\,\mathrm{kcal}}$

inaccettabile!
i vestiti sono necessari

Irraggiamento

con ϵ = 0.5: $Q = 54 \times 86400 = 9.4\,\mathrm{MJ} = 1100\,\mathrm{kcal}$

Vaso Dewar (thermos)

Minimizza gli scambi di calore tra contenitore ed esterno