

# *Fenomeni quantistici*

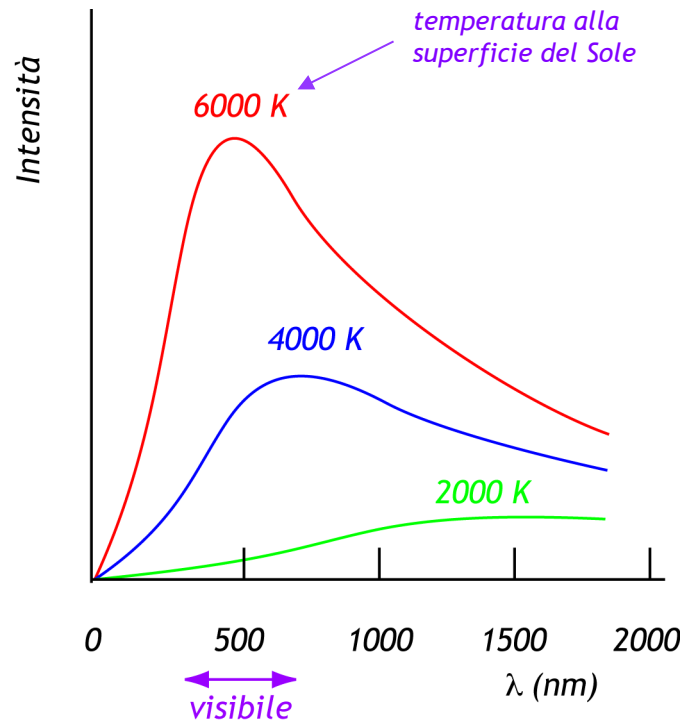
## *1. Radiazione di corpo nero*

- Leggi di Wien e di Stefan-Boltzman*
- Equipartizione dell'energia classica*
- Correzione quantistica di Planck*

## *2. Effetto fotoelettrico*

# Radiazione da un corpo riscaldato

Emissione di onde elettromagnetiche da parte di un corpo riscaldato:



A basse temperature le lunghezze d'onda della radiazione emessa si trovano ad alte lunghezze d'onda (infrarosso). Al crescere della temperatura l'oggetto comincia a diventare rosso. A temperature sufficientemente elevate diventa bianco (come il filamento di una lampadina).

In realtà la radiazione termica è un continuo di lunghezze d'onda che si estende dalle regioni dell'infrarosso, a quelle visibili e ultraviolette dello spettro.

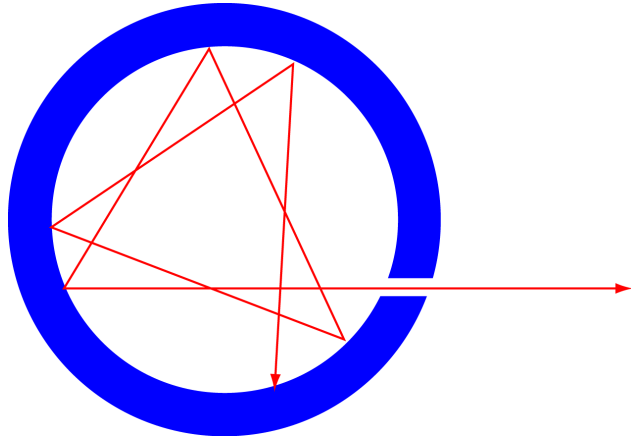
Da un punto di vista classico, la radiazione termica ha origine dalle particelle cariche accelerate per agitazione termica alla superficie dell'oggetto. La distribuzione di accelerazioni dà origine ad uno spettro continuo.

Metà del 1800:

Legge dello spostamento di Wien:  $\lambda_{max} T = 0.2898 \times 10^{-2} \text{ m K}$

Legge di Stefan-Boltzman:  $E_{totale} \propto T^4$

# Spettro della radiazione di corpo nero



Corpo nero: cavità che non lascia uscire radiazione.

In realtà è un'approssimazione che permette di eseguire calcoli (in quanto se non ci sono perdite verso l'esterno, tutta la radiazione all'interno della cavità è in equilibrio con le pareti della cavità stessa).

Legge di Rayleigh-Jeans:

$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT$$

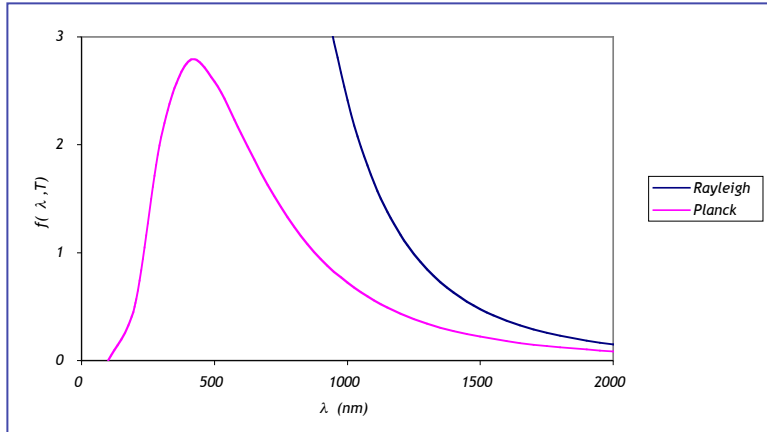
$I(\lambda, T)d\lambda$  = potenza emessa per unità di area nell'intervallo di lunghezza d'onda  $d\lambda$ .

$T$  = temperatura all'interno della cavità

$k$  = costante di Boltzman

Gli atomi delle pareti sono trattati come oscillatori la cui energia media è proporzionale a  $T$ .

# Legge di Planck



Al tendere di  $\lambda$  a zero, la formula di Rayleigh-Jeans dà un valore infinito: **catastrofe ultravioletta**.

Planck modificò il calcolo dell'energia media per ciascuna onda della cavità, supponendo che l'energia di un oscillatore potesse assumere solo valori discreti, dati da:

$$E_n = nh\nu$$

dove  $n$  è un numero intero,  $\nu$  è la frequenza e  $h$  è una costante.

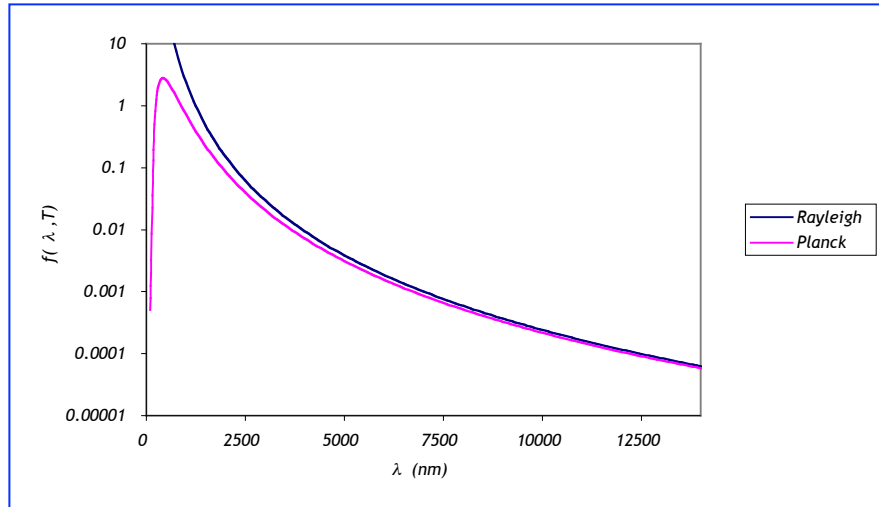
L'energia media di un oscillatore si modifica così:

Legge di Planck:

$$I(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \frac{\frac{hc}{\lambda}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

$$kT \Rightarrow \frac{\frac{hc}{\lambda}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

# Leggi di Planck e Rayleigh-Jeans



Per piccole frequenze (cioè piccole energie, o grandi lunghezze d'onda):

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \Rightarrow 1 + \frac{hc}{\lambda kT}$$

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda kT}$$

$$\frac{8\pi}{\lambda^4} \frac{\frac{hc}{\lambda}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \Rightarrow \frac{8\pi}{\lambda^4} \frac{\frac{hc}{\lambda}}{\frac{hc}{\lambda kT}} \Rightarrow \frac{8\pi}{\lambda^4} kT$$

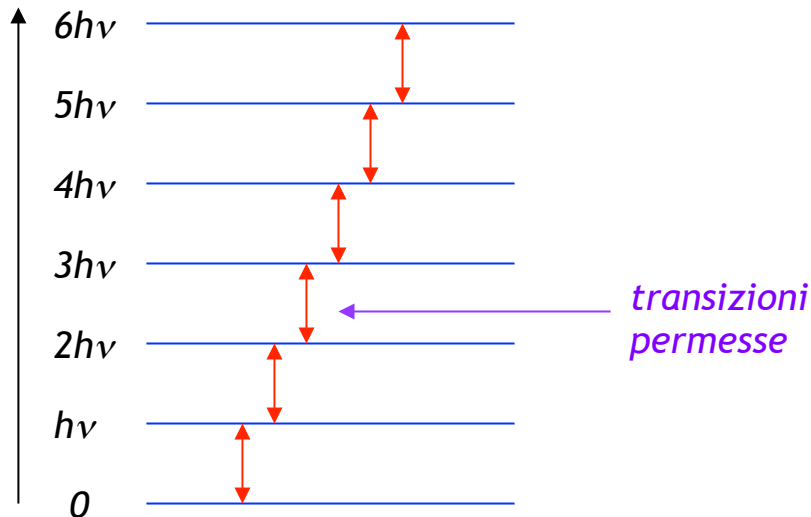
e si ritrova la legge di Rayleigh-Jeans.

La costante  $h$  si trova adattando la legge di Planck ai dati sperimentali per piccole lunghezze d'onda.

**Costante di Planck:**  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$

# Quantizzazione dell'energia

Quantizzazione dei livelli energetici di un oscillatore armonico proposta da Planck:



Le molecole oscillanti che emettono la radiazione possono avere solo valori discreti dell'energia:

$E_n = nh\nu$ , dove  $n$  è un intero positivo chiamato **numero quantico**

Le molecole emettono od assorbono energia per quantità discrete di energia elettromagnetica, dette **quanti** (o **fotoni**). Per effetto dell'assorbimento o dell'emissione di energia, le molecole "saltano" da uno stato quantico all'altro

L'energia di un fotone corrisponde alla differenza di energia tra due stati quantici adiacenti, ed è data da  $E_n = h\nu$

Planck impiegò più di sei anni nel tentativo di trovare una spiegazione per la curva di emissione del corpo nero. Il risultato è di straordinaria eleganza e fu il punto di partenza per una rivoluzione concettuale: **la meccanica quantistica**

## Esempio: l'oscillatore quantizzato

Un corpo di massa  $m=2$  kg è appeso ad una molla ideale di costante elastica  $k=25$  N/m. La molla viene allungata di 0.4 m dalla sua posizione di equilibrio e poi lasciata andare.

Trovare:

- energia totale e frequenza di oscillazione secondo la teoria classica;
- il numero quantico  $n$  del sistema;
- l'energia emessa nel salto quantico corrispondente alla variazione unitaria di  $n$ .

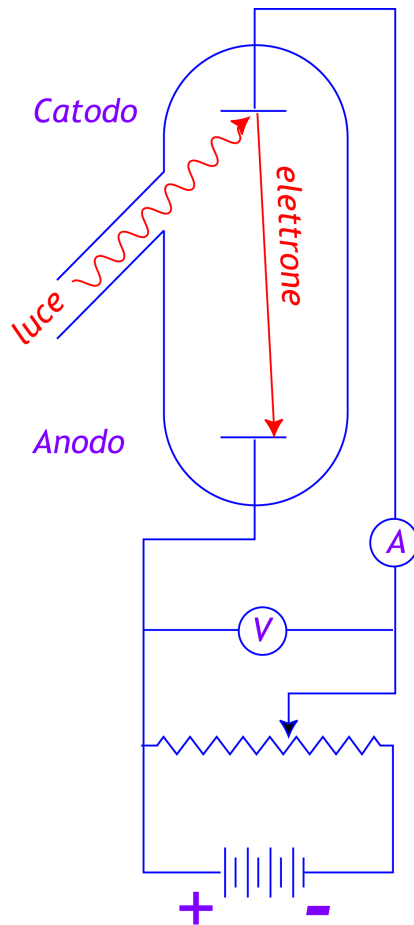
$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(25 \text{ N/m})(0.4 \text{ m})^2 = 2 \text{ J}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{25 \text{ N/m}}{2 \text{ kg}}} = 0.56 \text{ Hz}$$

$$n = \frac{E}{h\nu} = \frac{2 \text{ J}}{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(0.56 \text{ Hz})} = 5.4 \times 10^{33}$$

$$E_{\Delta n=1} = h\nu = (6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(0.56 \text{ Hz}) = 3.7 \times 10^{-34} \text{ J}$$

Sebbene la variazione dell'energia del sistema massa-molla sia quantizzata e avvenga per piccoli salti quantici, i nostri sensi la percepiscono come una variazione continua: gli effetti quantistici diventano importanti e misurabili solo a livello degli atomi e delle molecole.



## Effetto fotoelettrico

Un tubo di vetro in cui è fatto il vuoto contiene una lastra metallica (Catodo) connessa al polo negativo di una batteria. Un'altra lastra metallica (Anodo) è mantenuta ad un potenziale positivo.

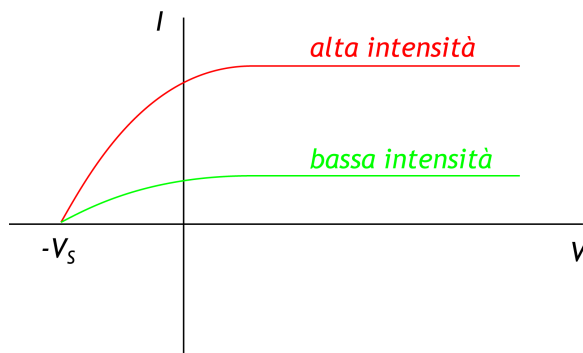
Quando il tubo è al buio, l'amperometro segna zero. Quando luce monocromatica di opportuna lunghezza d'onda arriva sul Catodo, l'amperometro registra il passaggio di una corrente che indica il passaggio di cariche fra Catodo e Anodo.

Per alti valori di  $V$ , la corrente raggiunge un valore massimo che dipende dall'intensità della luce.

Quando  $V$  è negativo (Catodo positivo e Anodo negativo), gli elettroni sono respinti dall'Anodo: arrivano solo quelli che hanno energia cinetica maggiore di  $eV$  (dove  $e$  è la carica dell'elettrone).

Se  $V$  è inferiore a  $-V_s$ , detto **potenziale di arresto**, nessun elettrone arriva nell'Anodo e la corrente si annulla.

L'effetto fu scoperto da Hertz nel 1887.





## *Caratteristiche non spiegabili dalla fisica classica*

- 1.  $I = 0$  se  $\nu < \nu_c$  dipendente dal materiale  
(ad es.  $\nu = 5.5 \times 10^{14}$  Hz per il sodio).*
- 2.  $E_{max}$  degli elettroni indipendente dall'intensità della  
luce.*
- 3.  $E_{max}$  degli elettroni proporzionale alla frequenza  
della luce.*
- 4.  $t_{emissione} \leq 10^{-9}$  s anche a basse intensità.*

# Spiegazioni dalla meccanica quantistica (Einstein 1905)

L'energia elettromagnetica è quantizzata in pacchetti (fotoni) di energia  $h\nu$ . Un elettrone riceve la sua energia da un singolo fotone.

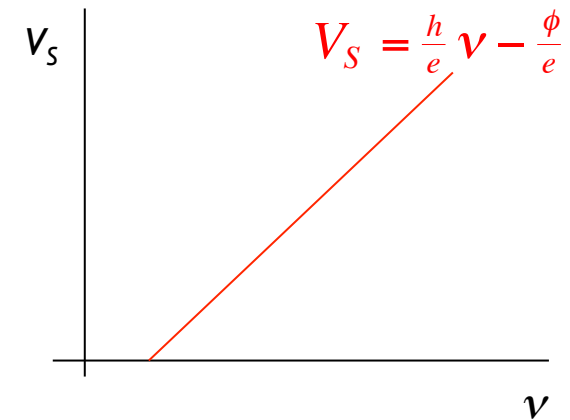
Se si aumenta l'intensità della luce aumenta il numero di fotoni, e quindi il numero di elettroni estratti ma non la loro energia.

L'energia cinetica massima degli elettroni è:

$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{\max} = eV_S = h\nu - \phi \quad \text{Equazione di Einstein} \longrightarrow$$

dove  $\phi$  è il lavoro di estrazione (o energia di legame) che dipende dal materiale.

Il tempo di estrazione non dipende dall'intensità della luce incidente perchè il processo è lo stesso qualsiasi sia quest'ultima.



(misurato da Millikan nel 1916)

# Lavoro di estrazione

La frequenza e la lunghezza d'onda di soglia sono legate al lavoro di estrazione dalla relazione:

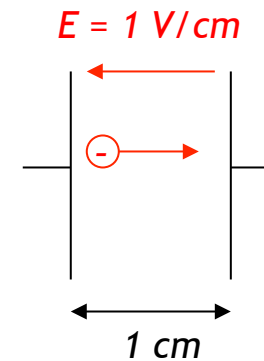
$$\phi = h\nu_s = \frac{hc}{\lambda_s}$$

L'unità di misura più usata per descrivere i fenomeni atomici è l'elettronvolt (eV):

$$1 \text{ eV} = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) (1 \text{ V}) = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Poiché le lunghezze d'onda sono generalmente misurate in nanometri, è utile avere il valore di  $hc$  in eV nm:

$$\begin{aligned} hc &= (6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}) (3 \times 10^8 \text{ m/s}) / (1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = \\ &= 1.24 \times 10^{-6} \text{ eV m} = 1240 \text{ eV nm} \end{aligned}$$



Esempio: Se la lunghezza d'onda di soglia per il potassio è 564 nm, qual'è il lavoro di estrazione?

Qual'è il potenziale d'arresto se si usa luce da 400 nm?

$$\phi = h\nu_s = hc/\lambda_s = 1240/564 = 2.2 \text{ eV}$$

$$E_{\max} = h\nu - \phi = hc/\lambda - \phi = 1240/400 - 2.2 = 3.1 - 2.2 = 0.9 \text{ eV}$$