

Struttura della materia

- 1. L'elettrone*
- 2. Effetto Compton*
- 3. Struttura dell'atomo*

Rapporto carica/massa dell'elettrone

Esperimento di Thomson: raggi catodici.

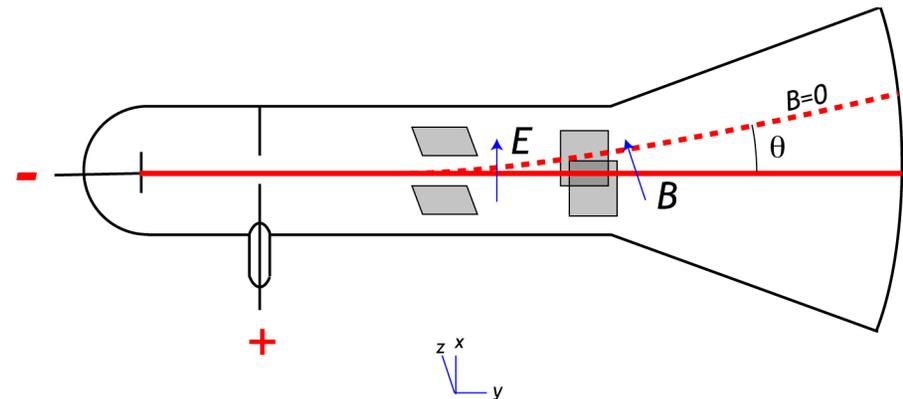
Fascio non deflesso:

$$E_y \neq 0 \text{ e } B_z \neq 0 \Rightarrow meE_y = mev_x B_z \Rightarrow v_x = \frac{E_y}{B_z}$$

Quando $B=0$:

$$\tan(\theta) = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\frac{E_y e t}{m}}{v_x} = \frac{E_y e d}{m v_x} = \frac{E_y d e}{v_x^2 m}$$

con $d =$ lunghezza del condensatore.



Carica elettrica dell'elettrone

Esperimento di Millikan: gocce d'olio in caduta libera in aria.

Forza di attrito: $F = 6\pi\eta rv$

In assenza di campo elettrico si ha, all'equilibrio: $mg = 6\pi\eta rv$

$$\text{da cui: } r^2 = \frac{9\eta v}{2g\rho}$$

con ρ = densità dell'olio.

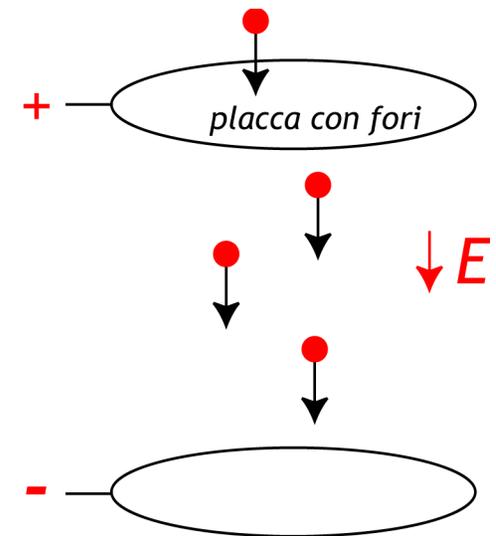
Elettrizzando le gocce d'olio attraverso la placca superiore forata e caricata elettricamente, la relazione di equilibrio diventa:

$$mg = 6\pi\eta rv' + qE = 6\pi\eta rv$$

da cui:

$$q = \frac{1}{E} (6\pi\eta rv' - 6\pi\eta rv) = \frac{6\pi\eta}{E} \sqrt{\frac{9\eta v}{2g\rho}} (v' - v)$$

Misurando le velocità di equilibrio con e senza campo elettrico, si determina la carica elettrica delle gocce, che risulta essere sempre un multiplo della carica elementare $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

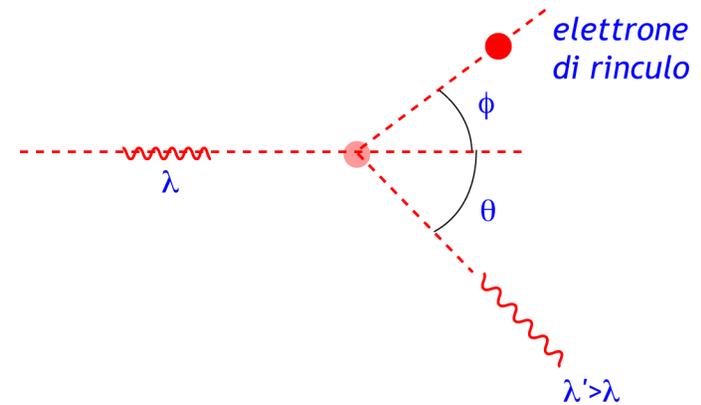


Effetto Compton

Deflessione di un'onda elettromagnetica da parte di un elettrone.

Caratteristica non spiegata dalla fisica classica:

La frequenza della radiazione diffusa non dipende dal tempo di esposizione del campione alla radiazione incidente nè dalla sua intensità, ma solo dall'angolo di diffusione.



Nell'ipotesi della fisica quantistica, il fotone è trattato come una particella di energia:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

quantità di moto:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

e massa a riposo nulla.

Nell'urto, energia totale e quantità di moto del sistema si conservano:

$$E \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + m_e c^2 (\gamma - 1)$$

$$p_x \Rightarrow \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + \gamma m_e v \cos \phi \quad \text{da cui: } \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta)$$

$$p_y \Rightarrow 0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \theta + \gamma m_e v \sin \phi$$

Spettri atomici

Emissione di luce da parte di un atomo eccitato.

Caratteristica non spiegata dalla fisica classica:

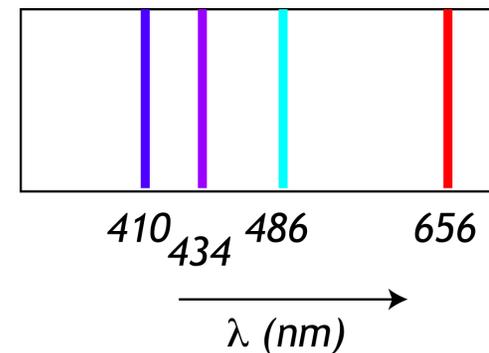
Un gas a bassa pressione soggetto a scarica elettrica emette luce a frequenze determinate dal tipo di sostanza.

Esempio: Idrogeno

J.J. Balmer (1855) determinò una regola empirica che prediceva le lunghezze d'onda delle quattro righe visibili dell'idrogeno:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

con $R_H =$ costante di Rydberg $= 1.0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.



Altri (Lyman, Paschen, Blackett) determinarono formule empiriche simili in cui il denominatore del primo termine tra parentesi vale 1, 3, 4, ecc:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

con $n_i > n_f$.

Modelli atomici

Dopo la scoperta dell'elettrone e la misura delle sue caratteristiche, e dai dati sull'effetto fotoelettrico, si era stabilito (fine 1800) che l'atomo doveva contenere elettroni.

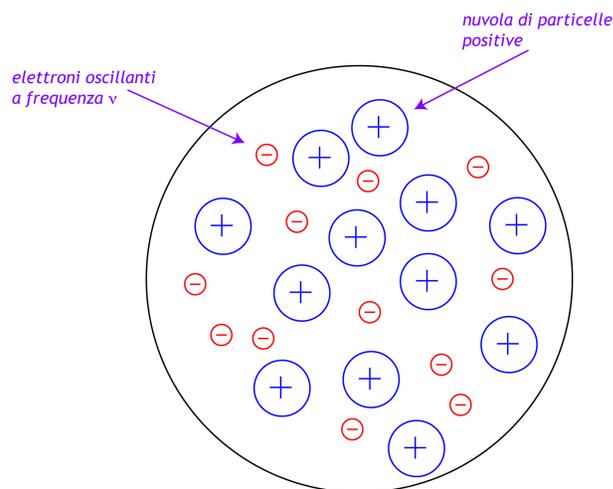
Per rendere l'atomo neutro questo doveva però contenere altrettante cariche positive molto più pesanti dell'elettrone.

Qualsiasi modello atomico doveva tenere conto di:

- a) *stabilità*
- b) *spettri di emissione di luce*

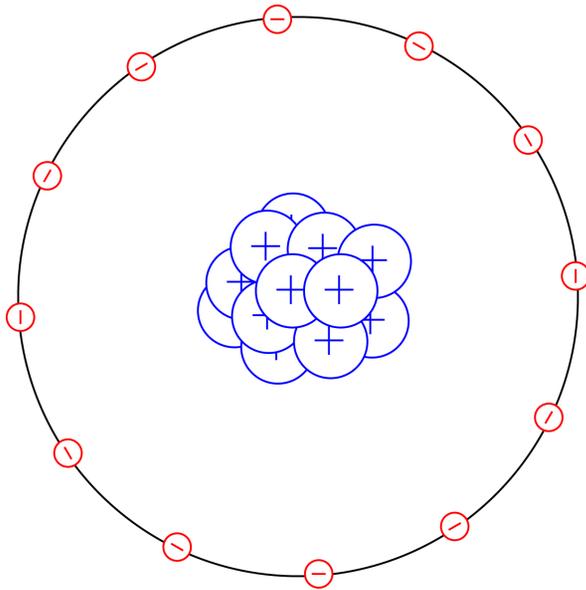
ma le forze elettriche da sole non producono configurazioni stabili.

Modello atomico di Thomson:



Modelli atomici (cont.)

In alternativa:



Ma qualsiasi carica elettrica che subisce un'accelerazione (anche centripeta) emette energia elettromagnetica. Gli elettroni dovrebbero quindi "cadere" prima o poi sul nucleo.

Ulteriore problema: come vengono tenute assieme le cariche positive nel nucleo?

Esperimento di Rutherford

Supponendo che il nucleo abbia carica positiva (sia cioè costituito da particelle di carica positiva) e sia concentrato in un piccolo spazio, da principi di base (forza di Coulomb, traiettoria iperbolica, conservazione della quantità di moto e del momento angolare, geometria, ecc.) si può derivare che la distribuzione delle particelle deflesse in funzione dell'angolo θ rispetto alla loro direzione incidente è:

$$N(\theta) = \frac{N_i n L Z^2 k^2 e^4}{4r^2 E^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

con:

N_i = numero di α incidenti

n = numero di atomi per unità di volume nella targhetta

L = spessore targhetta

Z = numero atomico targhetta

e = carica dell'elettrone

k = costante di Coulomb = $1/4\pi\epsilon_0$

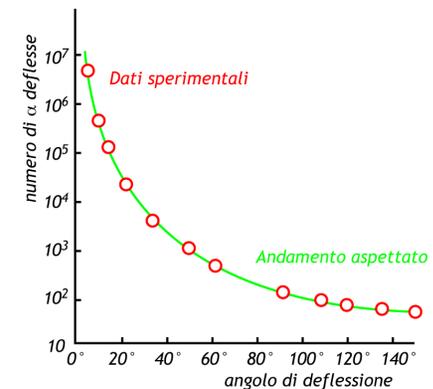
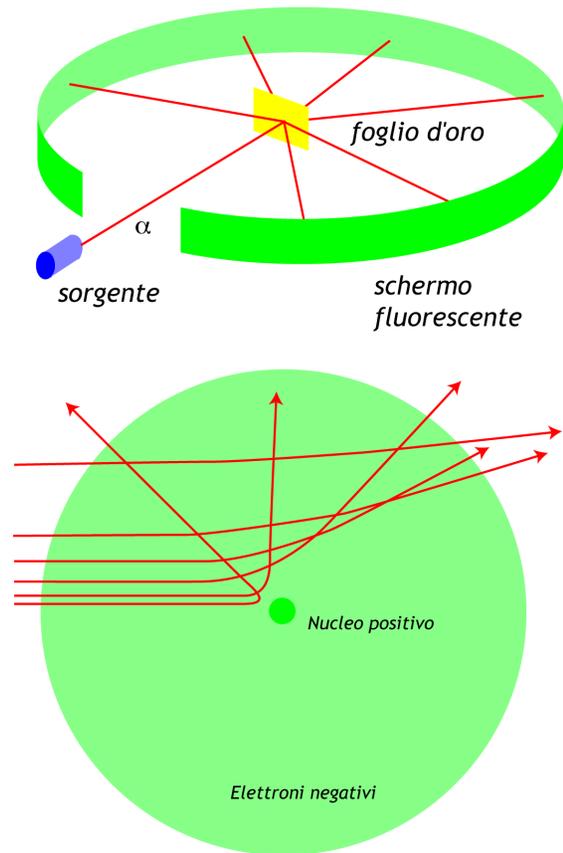
r = distanza tra la sorgente e la targhetta

E = energia cinetica delle α

θ = angolo di deflessione

NOTA:

Indipendentemente dalla natura della forza, in un urto elastico la targhetta deve essere più pesante del proiettile affinché si abbia una deflessione maggiore di 90° .



Atomo di Bohr

Niels Bohr, nel 1913 fornì una spiegazione degli spettri dell'atomo di idrogeno (formato da un elettrone ed un protone) basandosi sui seguenti postulati:

1. L'elettrone si muove attorno al protone in orbite circolari sotto l'influenza della forza di attrazione coulombiana.
2. Solo certe orbite sono stabili: in queste orbite l'elettrone non irradia, cioè l'energia è fissa.
3. L'atomo emette radiazione quando l'elettrone salta da un'orbita ad energia maggiore ad una ad energia minore secondo la formula: $E_i - E_f = h\nu$.
4. La dimensione delle orbite permesse sono determinate da una condizione quantistica sul momento angolare dell'elettrone: $mvr = nh/2\pi$.

forza cui è sottoposto l'elettrone $F_{Coulomb} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = ma_{centripeta} = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$

energia cinetica dell'elettrone $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r}$

energia totale dell'elettrone legato $E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r}$

$$v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mr}$$

da cui:

$$r_n = \frac{nh}{2\pi mv} = \frac{nh}{mv} = 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{me^2} = n^2 a_0$$

con: $a_0 = 0.0529 \text{ nm}$ = "raggio di Bohr" dell'atomo di idrogeno

Livelli energetici

La quantizzazione dei livelli energetici e la formula di Balmer derivano immediatamente:

$$E_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r_n} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a_0} \left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{E_i - E_f}{hc} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a_0 hc} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\left(R_H = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a_0 hc}\right)$$

Supponendo che le righe spettrali siano dovute all'elettrone più esterno dell'atomo, si possono ricavare i livelli energetici di altri atomi sostituendo Ze^2 a e^2 nelle formule precedenti.

Numero orbitali

Quantizzazione del modulo del momento angolare:

(con l che può assumere tutti i valori interi tra 0 ed $n-1$)

Quantizzazione della direzione del momento angolare:

(con m che può assumere tutti i valori interi tra $-l$ ed l)

$$|L| = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}$$

$$L_z = m \frac{h}{2\pi}$$

Energia	Momento angolare	Momento magnetico		
$n=1$	$l=0$	$m=0$	← s	
$n=2$	$l=0$	$m=0$	← s	
	$l=1$	$m=-1$		
		$m=0$		← p
$n=3$	$l=1$	$m=+1$		
		$m=0$		← p
		$m=-1$		
	$l=2$	$m=-2$		
		$m=-1$		
	$m=0$			
	$m=+1$			
$m=+2$				

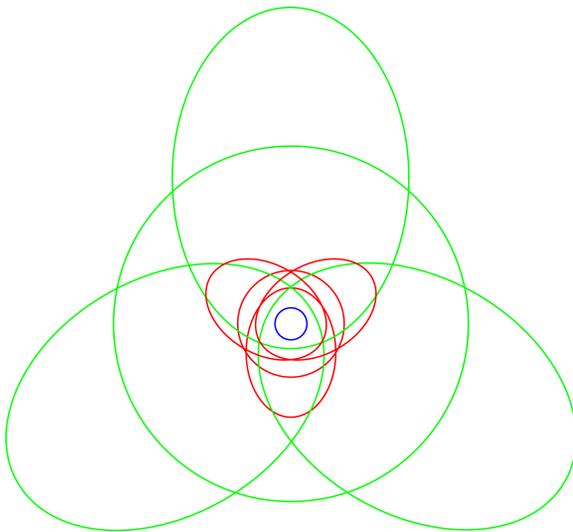
Principio di esclusione di Pauli

Cosa impedisce a tutti gli elettroni di un atomo di occupare il livello energetico più basso possibile?

Ciascuna particella fondamentale possiede un momento angolare intrinseco (spin), che può assumere valori interi o semiinteri della costante di Planck (divisa per 2π).

*Gli elettroni e i protoni hanno spin semiintero = $\pm h/4\pi$
I fotoni hanno spin intero = $\pm h/2\pi, 0$*

Le particelle a spin semiintero non possono occupare lo stesso stato quantico: al massimo due elettroni possono occupare ciascuno stato di energia (orbitale) in un atomo.



Atomo di idrogeno:

n=1 1 orbitale -> 2 elettroni

n=2 4 orbitali alla stessa energia -> 8 elettroni

n=3 9 orbitali alla stessa energia -> 18 elettroni

Esempio: gas nobili

<i>gas nobile</i>	<i>configurazione elettronica</i>	<i>numero di elettroni</i>
He	$1s^2$	2
Ne	$1s^2 2s^2 2p^6$	10
Ar	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	18
Kr	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6$	36
Xe	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6$	54

Nota:

gli stati (n)d hanno energia superiore agli stati (n+1)s.

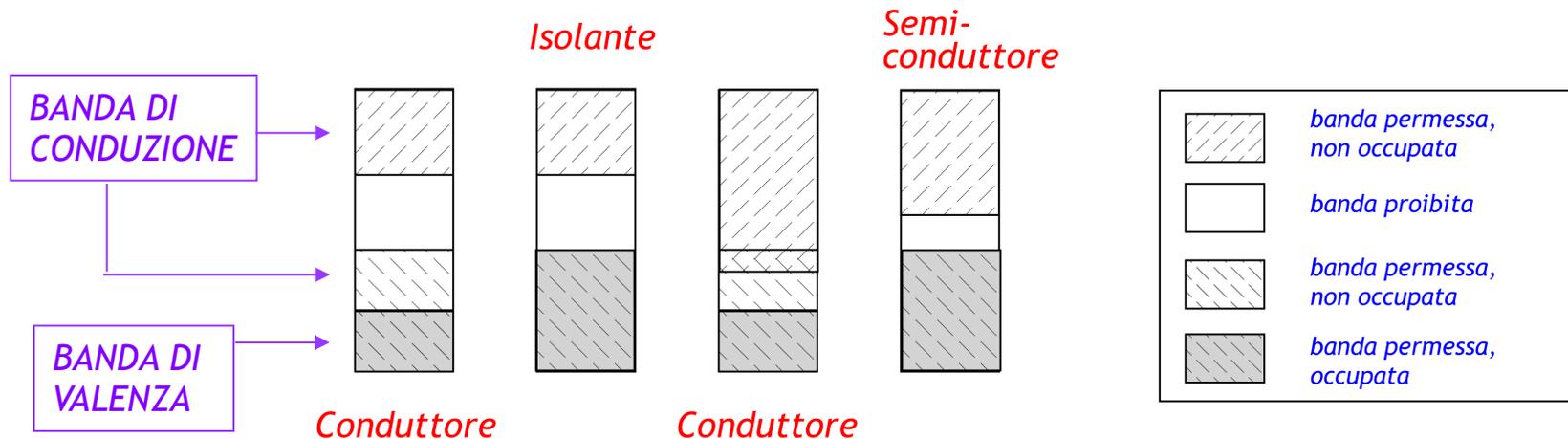
Conduttori ed isolanti

Perchè alcuni materiali sono conduttori ed altri isolanti?

Due atomi distanti fra loro: esiste un livello di una determinata energia per ciascun atomo.

Due atomi vicini (legati): i due livelli inizialmente identici si trasformano in due livelli ad energia leggermente diversa per il sistema formato dai due atomi legati.

N atomi identici in un sistema legato (solido): ogni particolare livello energetico dell'atomo isolato si trasforma in N livelli energetici quasi uguali fra loro -> BANDA ENERGETICA con livelli distribuiti con (quasi) continuità in essa.



La vicinanza alla banda permessa occupata di una banda permessa non occupata rende un solido conduttore: gli elettroni, per agitazione termica possono passare nella banda permessa non occupata dove sono liberi di muoversi.

Dimensioni di un reticolo cristallino

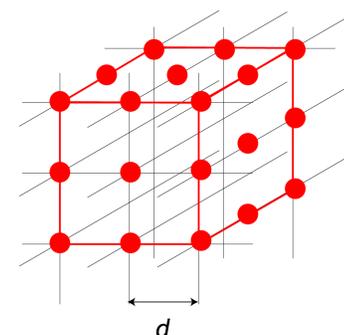
Determinare la distanza interatomica in un cristallo di NaCl sapendo che la densità del cloruro di sodio è $2.16 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ed i pesi atomici del sodio e del cloro sono 23 e 35.46, rispettivamente.

$$\text{peso molecolare NaCl} \Rightarrow p_{mol} = 23 + 35.46 = 58.46$$

$$\text{numero di atomi in } 58.46 \text{ g} \Rightarrow 2N_A = 2 \times 6.03 \times 10^{23} = 1.2 \times 10^{24}$$

$$\frac{\text{numero atomi}}{\text{volume}} \Rightarrow \frac{2N_A}{p_{mol}} \rho = \frac{1.2 \times 10^{24} \text{ atomi}}{58.46 \text{ g}} \times 2.16 \times 10^6 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = 4.45 \times 10^{28} \frac{\text{atomi}}{\text{m}^3}$$

Nella cella unitaria in figura (cubo di lato $2d$) vi sono 8 ioni ai vertici, ciascuno condiviso con 8 celle, 12 ioni sugli spigoli, ciascuno condiviso con 4 celle, 6 ioni sulle facce, ciascuno condiviso con 2 celle e uno ione al centro, che appartiene alla sola cella considerata.



$$\frac{\text{numero atomi}}{\text{cella}} \Rightarrow 8\left(\frac{1}{8}\right) + 12\left(\frac{1}{4}\right) + 6\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 8$$

$$\frac{\text{numero atomi}}{\text{volume}} \Rightarrow \frac{8}{(2d)^3} = \frac{1}{d^3}$$

$$\frac{1}{d^3} = 4.45 \times 10^{28} \Rightarrow d = 2.82 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.282 \text{ nm} = 2.82 \text{ \AA} \text{ (Angstrom)}$$