

La natura ondulatoria della materia

- 1. Dualismo onda-particella*
- 2. Principio di indeterminazione di Heisenberg*
- 3. Struttura del nucleo*

Dualismo onda-particella

Come la radiazione presenta una doppia natura, di onda e di particella, così la materia presenta una doppia natura di particella e di onda.

È possibile verificare sperimentalmente che una particella con quantità di moto p si comporta come un'onda di lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Nota:

Il momento angolare degli elettroni nell'atomo è quantizzato secondo la formula:

$$mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

Sostituendo la relazione precedente:

$$\frac{h}{\lambda} r = n \frac{h}{2\pi}$$
$$2\pi r = n\lambda$$

cioè la situazione di orbita stabile si ha solo quando la circonferenza dell'orbita è un multiplo intero della "lunghezza d'onda" dell'elettrone (simile ad una corda legata alle due estremità).

Esempi

Una particella di polvere di massa 10^{-6} g che viaggia ad una velocità di 10 m/s ha una lunghezza d'onda di:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{(10^{-9} \text{ kg})(10 \text{ m/s})} = 6.6 \times 10^{-26} \text{ m}$$

Troppo piccola per essere misurata.

Un elettrone (massa 9.1×10^{-31} g) che viaggia ad una velocità di 10^6 m/s ha una lunghezza d'onda di:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(10^6 \text{ m/s})} = 7.3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

Ancora piccola, ma misurabile.

Note:

L'energia cinetica di un elettrone che viaggia a 10^6 m/s vale:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{0.5(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(10^6 \text{ m/s})^2}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} = 2.84 \text{ eV}$$

Principi di indeterminazione di Heisenberg - tempo/energia

È possibile avere una non conservazione dell'energia, se l'ammontare di questa non conservazione moltiplicata per l'intervallo di tempo in cui questa non conservazione si manifesta è pari a $h/2\pi$:

$$\Delta E \Delta t = \frac{h}{2\pi}$$

Formulazione alternativa:

Se una misura di energia viene effettuata in un intervallo di tempo Δt , l'accuratezza ΔE con cui l'energia può essere determinata è tale per cui:

$$\Delta E \Delta t = \frac{h}{2\pi}$$

Principi di indeterminazione di Heisenberg - posizione/quantità di moto

L'incertezza sulla localizzazione della posizione di una particella è legata all'incertezza sulla sua quantità di moto dalla relazione:

$$\Delta x \Delta p_x = \frac{h}{2\pi}$$

Formulazione alternativa:

Ogni tentativo di localizzare una particella entro una distanza Δx limita una determinazione simultanea della componente p_x ad una determinazione Δp_x tale che:

$$\Delta x \Delta p_x = \frac{h}{2\pi}$$

Nota:

Il fatto che nei principi di indeterminazione di Heisenberg intervengano le componenti rispettivamente spaziali e temporali dei quadrivettori posizione/tempo e quantità di moto/energia non è ovviamente casuale.

Esempi

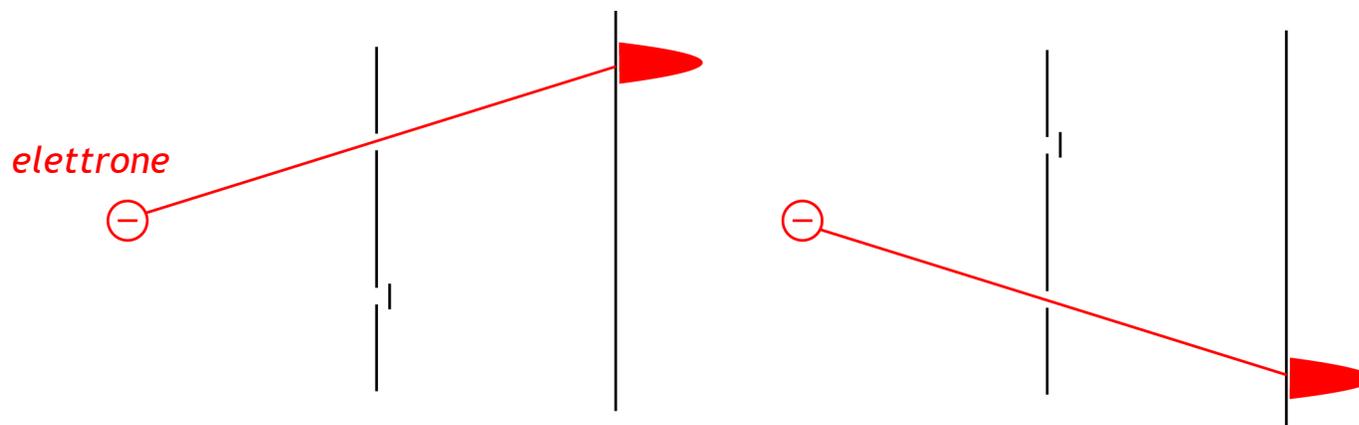
Se conosciamo la posizione di un granello di sabbia ($m=10^{-9}$ kg) con la precisione $\Delta x=1 \mu\text{m}$, il principio di indeterminazione costringe la nostra conoscenza simultanea della sua quantità di moto ad un'accuratezza di circa $\Delta p= 10^{-28}$ kg m/s, cioè la conoscenza della sua velocità ad un'accuratezza $\Delta v= 10^{-19}$ m/s.

Se abbiamo invece un elettrone ($m= 9.1 \times 10^{-31}$ kg) di un atomo, la cui velocità è di 10^6 m/s, di cui vogliamo determinare la posizione con una precisione del 10% delle dimensioni atomiche, avremo $\Delta x = 10^{-11}$ m, e di conseguenza, $\Delta p= 10^{-23}$ kg m/s.

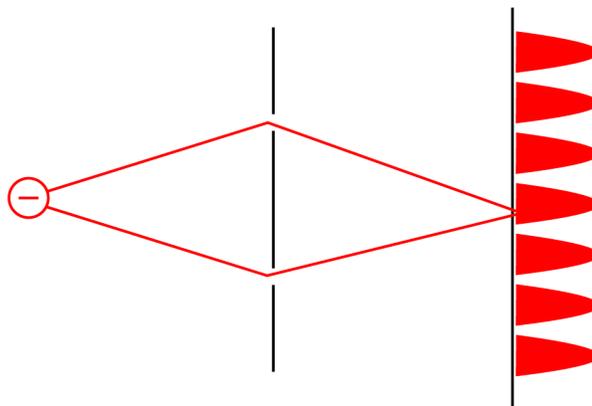
Questo valore è 10 volte superiore al valore della quantità di moto dell'elettrone nella sua orbita classica ($mv = 9.1 \times 10^{-31} \times 10^6 \sim 10^{-24}$ kg m s⁻¹).

Se cerchiamo di determinare la quantità di moto dell'elettrone meglio del suo valore classico ($\Delta p= 10^{-24}$ kg m/s), otteniamo un'incertezza nella posizione pari alla dimensione stessa dell'atomo ($\Delta x = 10^{-10}$ m). Non a caso!

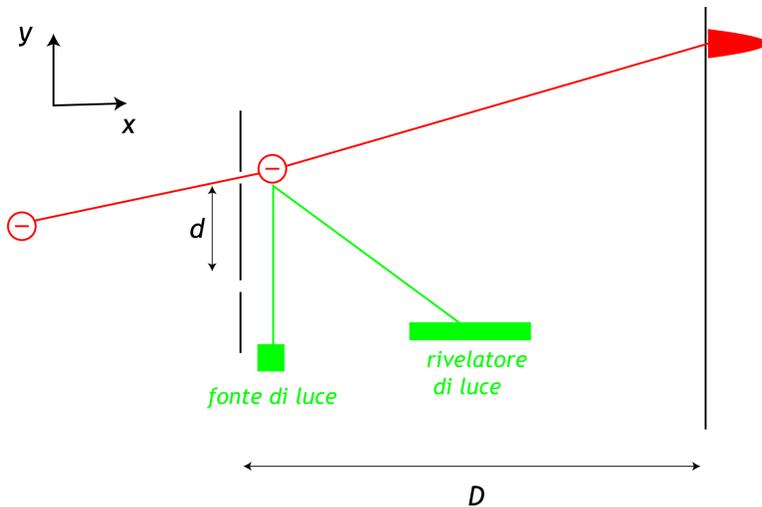
Interferenza



Solo una fenditura aperta



Entrambe le fenditure aperte



Interferenza (cont.)

Per determinare la posizione dell'elettrone (e quindi da quale fenditura è passato) bisogna "vederlo" con una precisione migliore di $\Delta y = d/2$.

angoli ad interferenza costruttiva $\Rightarrow d \sin \theta_n = n\lambda$

distanza tra due massimi adiacenti $\Rightarrow \Delta y_{\max} = D \sin \theta_{n+1} - D \sin \theta_n = \frac{(n+1)D\lambda}{d} - \frac{nD\lambda}{d} = \frac{D\lambda}{d}$

momento fornito dal fotone $\Rightarrow \Delta p_y$

spostamento del punto di arrivo $\Rightarrow \Delta y' = D \frac{\Delta p_y}{p}$

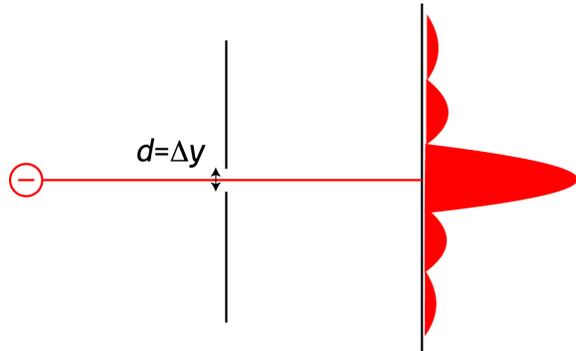
principio di indeterminazione $\Rightarrow \Delta y' = D \frac{\Delta p_y}{p} = D \frac{\left(\frac{h}{2\pi} \frac{1}{d/2}\right)}{p} = D \frac{h}{p} \frac{1}{\pi d} = \frac{D\lambda}{\pi d}$

confrontabile
con la
distanza fra
due massimi

la figura di
interferenza
viene
distrutta, non
spostata

$$y = v_y t; t = \frac{D}{v_x} \Rightarrow y = \frac{v_y}{v_x} D = \frac{p_y}{p_x} D \Rightarrow (p_x \approx p) \Rightarrow y = \frac{p_y}{p} D \Rightarrow \Delta y = \frac{\Delta p_y}{p} D$$

Diffrazione



Prima di attraversare la fenditura: note quantità di moto (energia) e direzione.

Dopo l'attraversamento: nota la posizione (con incertezza Δy).

Per il principio di indeterminazione: $\Delta y \Delta p_y = h/2\pi$.

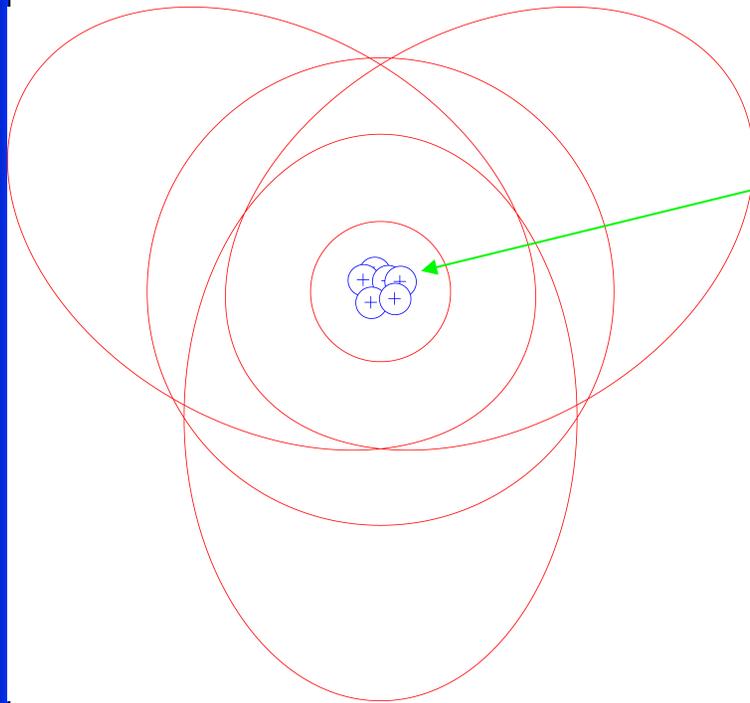
Aspetti particellari: $\Delta x, \Delta t = 0$

una particella, per definizione, può venire posizionata con infinita precisione in qualsiasi istante di tempo

Aspetti ondulatori: $\Delta E (=h\nu), \Delta p (=h/\lambda) = 0$

un'onda, per definizione, possiede frequenza e lunghezza d'onda perfettamente determinati.

Nucleo



Il nucleo è carico positivamente (per annullare la carica degli elettroni). Cosa lo tiene assieme?

*Forze nucleari
tra i costituenti*

*protoni: carica elettrica positiva
neutroni: senza carica elettrica*

Massa protone = 1.670×10^{-27} kg = $938.3 \text{ MeV}/c^2$

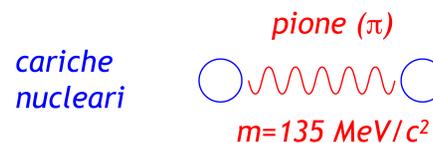
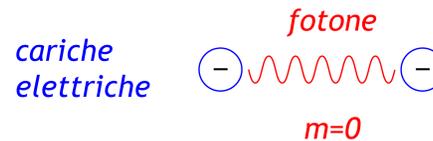
Massa neutrone = 1.673×10^{-27} kg = $939.6 \text{ MeV}/c^2$

Massa elettrone = 9.1×10^{-31} kg = $0.511 \text{ MeV}/c^2$

Da $E=mc^2$: $1 \frac{eV}{c^2} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{(2.998 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 1.78 \times 10^{-36} \text{ kg}$

Particelle virtuali e forze

Forze =
scambio di
particelle



Le particelle dotate di carica nucleare interagiscono scambiandosi particelle di massa non nulla. Supponendo che queste particelle viaggino a velocità paragonabili a quella della luce, la distanza percorsa in un tempo Δt è:

$$\Delta s = c\Delta t$$

Dal principio di indeterminazione:

$$\Delta t \Delta E = \left(\frac{\Delta s}{c} \right) (m_\pi c^2) = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{hc}{2\pi m_\pi c^2} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{2 \times \pi \times 135 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2.998 \times 10^8} = 1.4 \times 10^{-15} \text{ m} = 1.4 \text{ fm}$$

Raggio d'azione delle forze nucleari
= "dimensione" del protone e del neutrone

Misura del nucleo

Definizioni operative: *Distribuzione di carica elettrica*
Distribuzione di carica nucleare

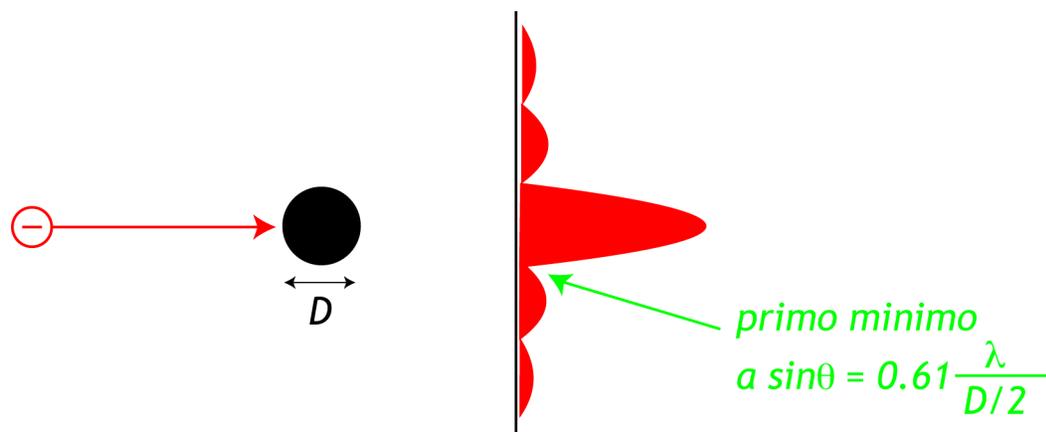
Perchè “misurare” un oggetto significa esaminare la radiazione diffusa dall’oggetto stesso

Lunghezza d’onda visibile: $\lambda = 450 \text{ nm} = 4.5 \times 10^{-7} \text{ m}$

Lunghezza d’onda di particelle accelerate: $\lambda \sim 10^{-15} \text{ m}$

Esempio: elettroni di energia $E=420 \text{ MeV}$.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - (m_e c^2)^2}} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 2.998 \times 10^8}{\sqrt{(420 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19})^2 - (9.1 \times 10^{-31} \times (2.998 \times 10^8)^2)^2}} = 2.96 \times 10^{-15} \text{ m} = 2.96 \text{ fm}$$



Misura del nucleo (cont.)

Distribuzione di carica elettrica
Distribuzione di carica nucleare

→ Uguali: $R_{\text{nucleo}} = R_0 A^{1/3}$ con $R_0 = 1.2 \text{ fm}$

La carica elettrica e la carica nucleare sono egualmente distribuite nel nucleo: neutroni e protoni sono mescolati.

La dipendenza di A dalla potenza $1/3$ indica che la densità di protoni e neutroni nel nucleo è costante, indipendente dalle dimensioni del nucleo.