

Radioattività

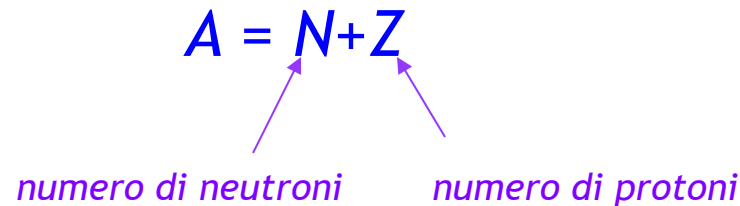
- 1. Massa dei nuclei*
- 2. Decadimenti nucleari*
- 3. Legge del decadimento*

Nucleoni

Protoni e neutroni sono chiamati, indifferentemente, **nucleoni**.

Il numero di protoni (e quindi di elettroni nell'atomo) determina le proprietà chimiche di una sostanza. Il nome (o il simbolo) di una sostanza ne identifica quindi anche il numero di protoni.

Il numero di nucleoni di un nucleo è la somma del numero di protoni e del numero di neutroni:

$$A = N + Z$$


numero di neutroni numero di protoni

Il numero di neutroni può essere diverso per nuclei appartenenti alla stessa specie chimica. Di conseguenza, un nucleo è identificato dal simbolo preceduto, in alto a sinistra, dal numero di nucleoni.



Il simbolo C identifica il carbonio, che ha 6 protoni. Il ^{14}C ha quindi 8 neutroni. Nuclei dello stesso elemento chimico con numero diverso di neutroni si chiamano **isotopi**.

Energia di legame

Il nucleo è un sistema legato, quindi ha energia negativa.

Questa energia negativa si manifesta nel fatto che la massa di un nucleo è inferiore alla somma delle masse dei nucleoni che lo compongono, secondo la relazione di Einstein: $E=mc^2$.

Esempio: massa protone = $938.3 \text{ MeV}/c^2$
massa neutrone = $939.6 \text{ MeV}/c^2$

massa di un nucleo di elio (^4He) = $3727.4 \text{ MeV}/c^2$
somma delle masse di
due protoni e due neutroni = $3755.8 \text{ MeV}/c^2$

energia di legame dell' ^4He = $28.4 \text{ MeV}/c^2$ (= $7.1 \text{ MeV}/c^2$ per nucleone)

Si può quindi scrivere:

$$M_{\text{nucleo}} = NM_n + ZM_p - E_{\text{legame}}$$

L'unità di massa atomica corrisponde ad 1/12 della massa del nucleo di ^{12}C :

$$u_{\text{ma}} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

La densità del nucleo è di circa: $\rho = \frac{1.66 \times 10^{-27}}{\frac{4}{3}\pi(1.2 \times 10^{-15})^3} = 2.3 \times 10^{17} \text{ kg}/\text{m}^3$

Formula della massa

Il nucleo può essere approssimato ad una goccia di liquido in quanto la sua densità è costante e le forze hanno un corto raggio d'azione (ogni nucleone interagisce solo con i suoi vicini).

Di conseguenza all'energia di legame di ciascun nucleone, proporzionale al numero di nucleoni ($\propto A$), si deve sottrarre un termine di tensione superficiale proporzionale alla superficie del nucleo ($\propto A^{2/3}$).

Inoltre, i protoni si respingono con forza elettrostatica la cui energia si sottrae ancora all'energia di legame.

Infine, il principio di Pauli favorisce nuclei con eguale numero di protoni e neutroni ($A=2Z$) e con orbitali (strati o shells) riempiti completamente, cioè con numero pari di protoni e neutroni.

$$E_{\text{legame}} = C_1 A - C_2 A^{2/3} - C_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - C_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta$$

Diagram illustrating the components of the binding energy formula:

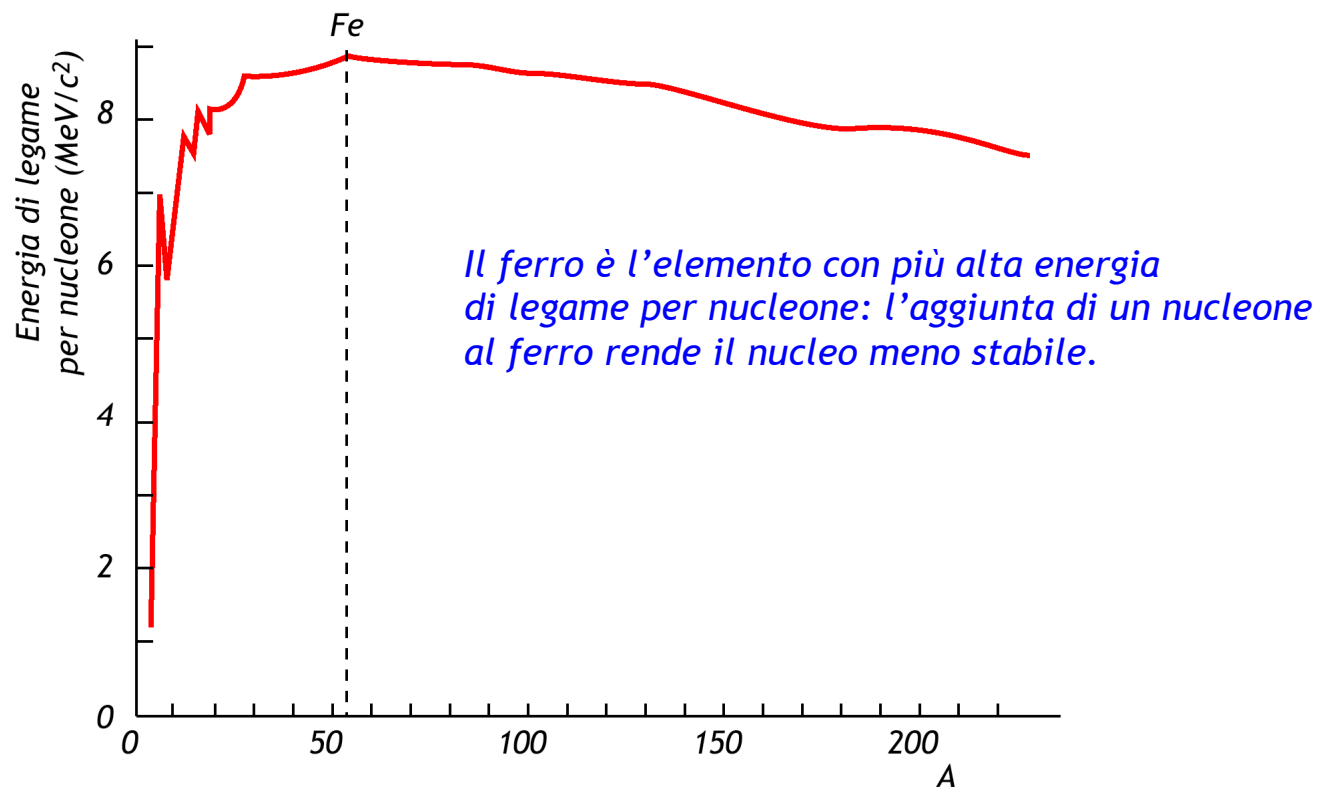
- $C_1 A$: energia di legame di ciascun nucleone
- $-C_2 A^{2/3}$: tensione superficiale
- $-C_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$: energia elettrostatica
- $-C_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A}$: $A=2Z$
- $+\delta$: riempimento strati

$$= -C_5 \frac{1}{\sqrt{A}} \text{ nuclei dispari-dispari}$$

con: $\delta = 0$ nuclei dispari-pari

$$= +C_5 \frac{1}{\sqrt{A}} \text{ nuclei pari-pari}$$

Energia di legame per nucleone



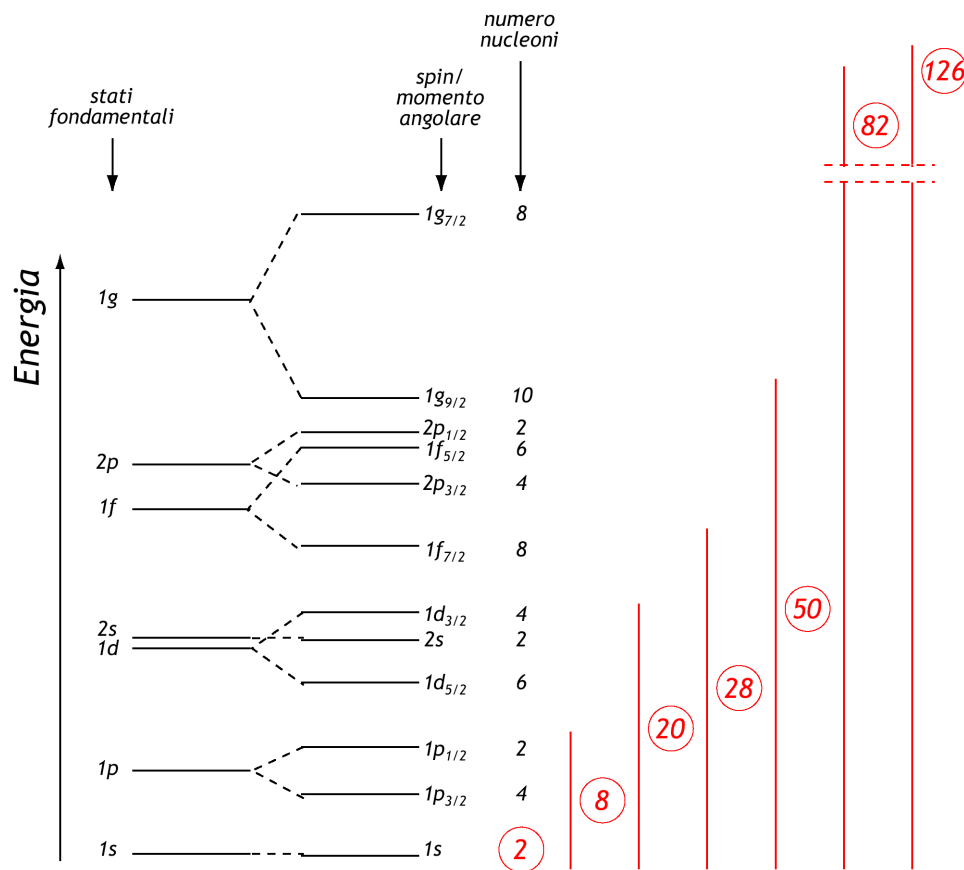
La distribuzione misurata è riprodotta con:

- $C_1 = 15.75 \text{ MeV}$
- $C_2 = 17.8 \text{ MeV}$
- $C_3 = 0.71 \text{ MeV}$
- $C_4 = 23.7 \text{ MeV}$
- $C_5 = 11.2 \text{ MeV}$

Instabilità nucleare

In un sistema isolato, se esiste un processo il cui risultato è di portare un sistema in uno stato di energia minore, questo processo avviene.

In particolare, il riempimento a strati dei nuclei comporta l'esistenza di “nuclei magici”, corrispondenti ai gas nobili per quanto riguarda gli atomi.



Strati riempiti in cui lo strato successivo è lontano in energia corrispondono ai “numeri magici”

Decadimento α

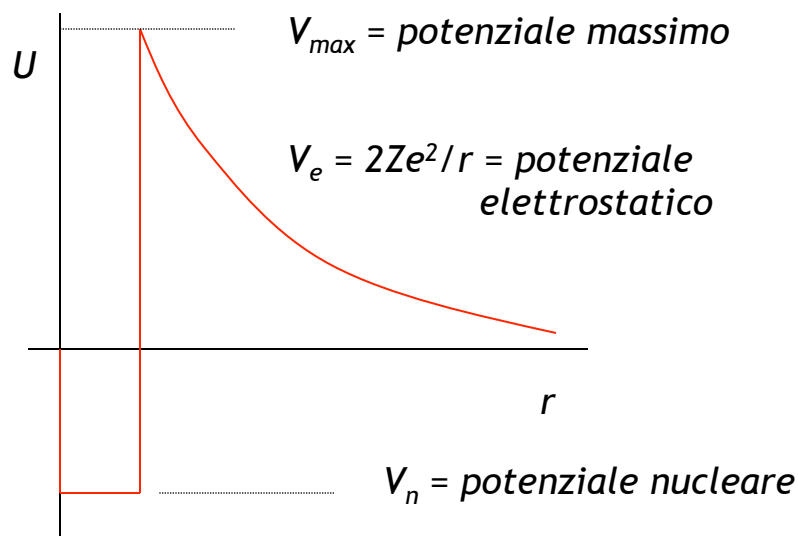
I nuclei con $Z > 82$ e $N > 126$ sono instabili e si trasformano in nuclei di massa minore emettendo un nucleo di ${}^4\text{He}$, chiamato particella α . Questo perché la particella α è particolarmente stabile e si separa dal resto del nucleo.

D'altra parte, dalla formula della massa si ricava che per $Z > 82$ e $N > 126$:

$$M({}^AX) > M({}^{A-4}Y) + M(\alpha)$$

e quindi il processo è vantaggioso dal punto di vista energetico.

L'andamento del potenziale attorno al nucleo è:



Trattamento classico

L'energia cinetica delle particelle α prodotte nei decadimenti nucleari è di circa 1 MeV:

$$E_c = m_0 c^2 (\gamma - 1) = 1 \text{ MeV}; \left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \beta = \frac{v}{c} \right)$$

$$v = c - \frac{c}{\left(\frac{E_c}{m_0 c^2} + 1 \right)^2} = 7 \times 10^6 \text{ m/s}$$

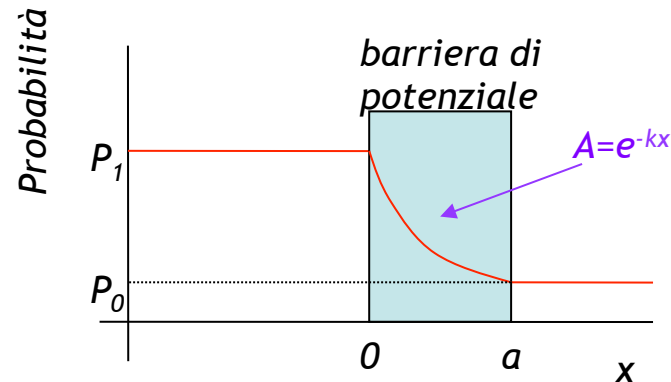
Da un punto di vista classico:

se $V_\alpha > V_{\max}$ il decadimento avviene in un tempo: $\Delta t \sim R_{\text{nucleo}}/v \sim 7 \times 10^{-15} / 7 \times 10^6 \sim 10^{-21} \text{ s}$

se $V_\alpha < V_{\max}$ il decadimento non avviene mai

Trattamento quantistico

A causa del dualismo onda-particella, la probabilità di trovare la particella fuori dalla barriera di potenziale non è nulla.



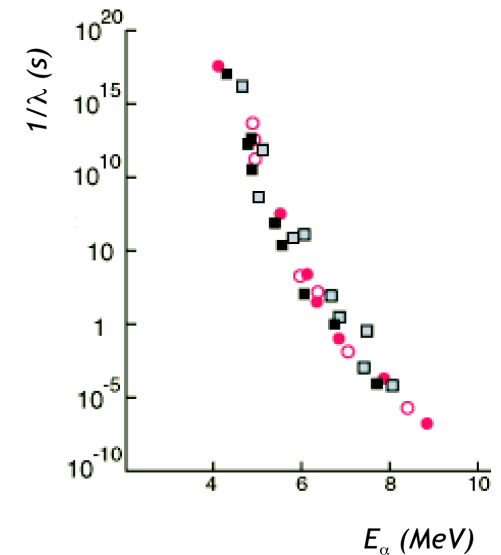
La trasparenza della barriera è: $T = P_0/P_1 \sim e^{-2ka}$.

Per un potenziale elettrostatico sferico: $T = e^{-2G}$, con $G \sim 9c/2v$

Dentro la buca di potenziale, la particella α si muove a velocità v colpendo la barriera $n = v/2R \sim 10^{21}$ volte al secondo. Poiché ad ogni "urto" la particella α ha probabilità T di uscire, la probabilità che il nucleo decada nel prossimo secondo è:

$$\lambda = \frac{v}{2R} e^{-2G} \approx \frac{v}{2R} e^{-\frac{9c}{v}}$$

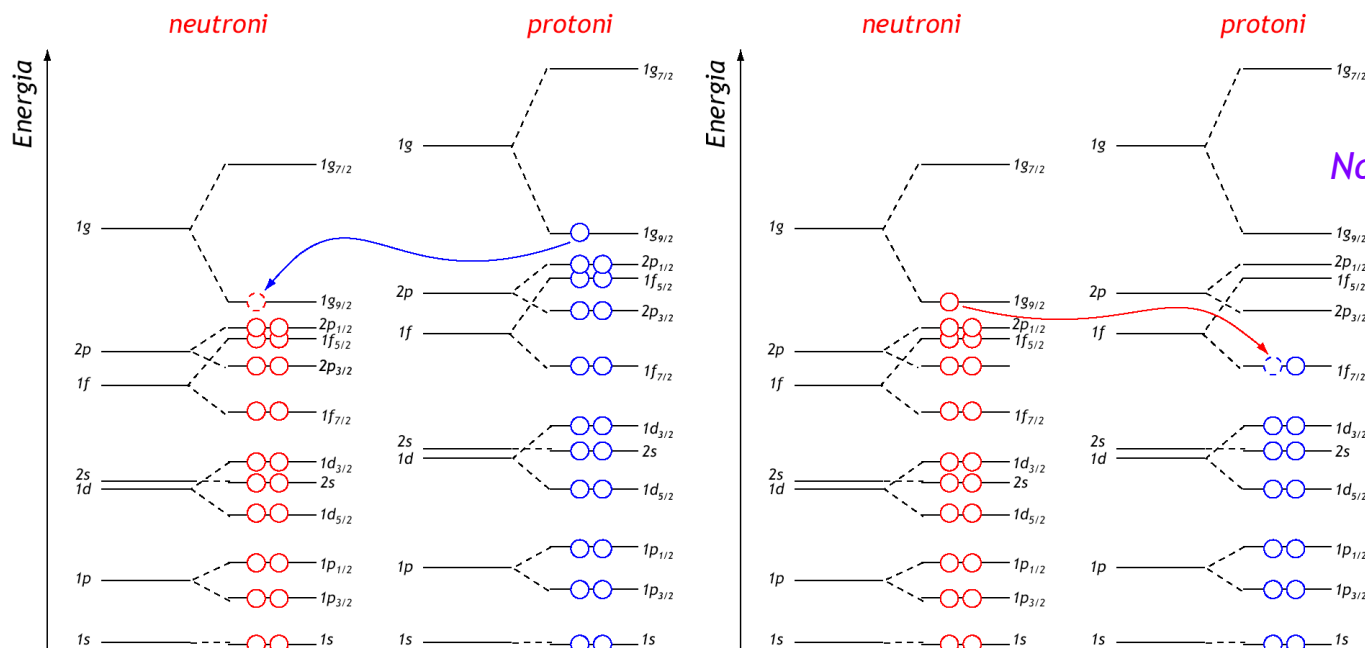
Questo andamento esponenziale della probabilità di decadimento in funzione della velocità della particella α è verificato sperimentalmente su 30 ordini di grandezza.



Decadimento β

I protoni hanno livelli energetici più separati rispetto ai neutroni, in quanto subiscono gli effetti della forza di repulsione elettrostatica.

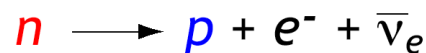
Di conseguenza, si possono verificare situazioni in cui, attraverso la trasformazione di protoni in neutroni, l'energia del nucleo viene ridotta. Il processo è chiamato **decadimento β** , e la forza coinvolta nel processo è una delle quattro forze fondamentali della natura: la **forza debole**.



Nota: $M_p < M_n$, quindi la trasformazione di un protone in neutrone non è permessa per protoni liberi



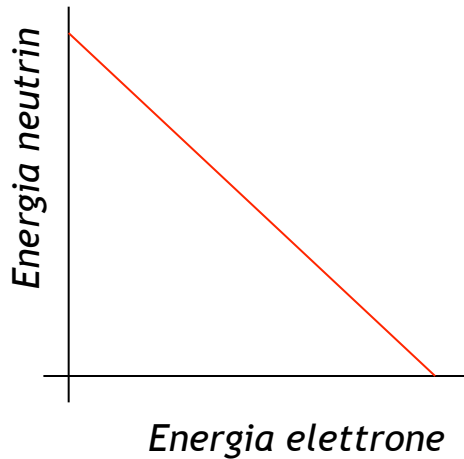
Decadimento β^+



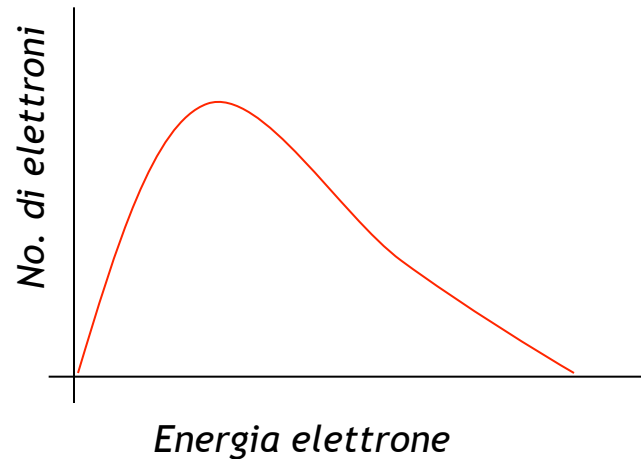
Decadimento β^-

Decadimento β

Poichè nel decadimento β sono prodotti un elettrone (positrone) ed un antineutrino (neutrino), l'energia liberata nel decadimento compare come energia cinetica suddivisa tra le due particelle:



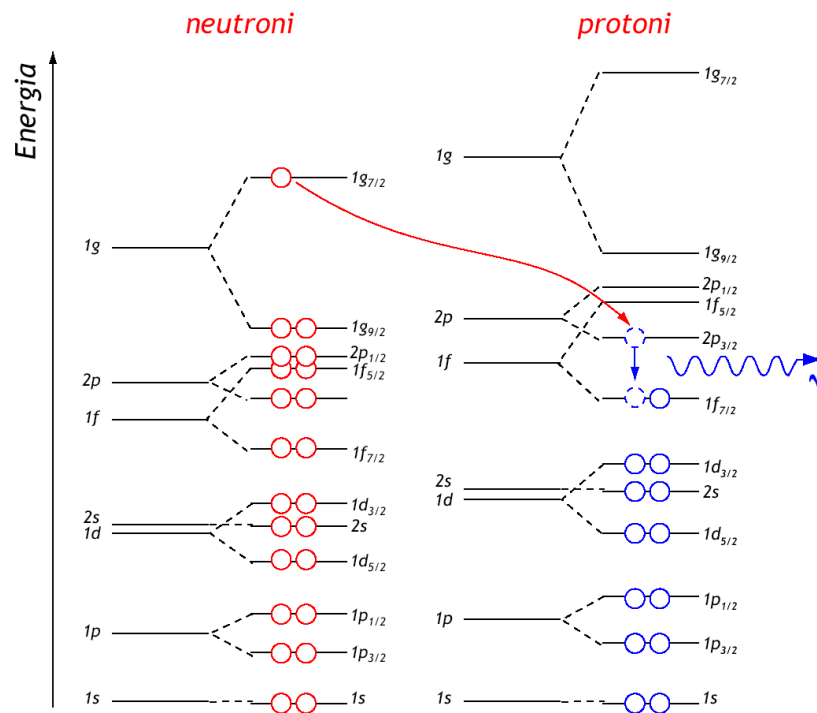
Il neutrino interagisce in modo molto debole con la materia. Di conseguenza, è rilevante dal punto di vista degli effetti della radiazione, solo l'elettrone (o il positrone), che può avere un'energia qualsiasi tra 0 e l'energia massima:



Decadimento γ

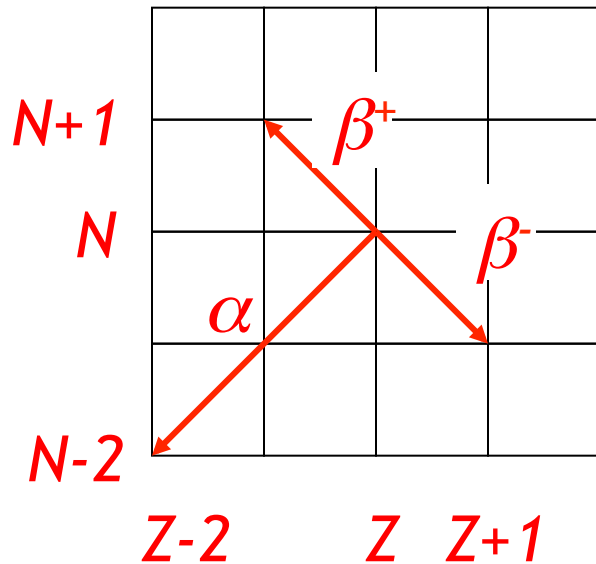
Il decadimento γ avviene quando un nucleo, dopo il decadimento, da uno stato eccitato decade in uno stato non eccitato. La “particella” γ emessa è in realtà un quanto di energia elettromagnetica ad altissima frequenza.

Esempio:



Le energie tipiche dei decadimenti γ sono di $0.5 \div 1 \text{ MeV}$.

Probabilità di decadimento



Se ci sono N nuclei ad un certo istante di tempo t , il numero dN di nuclei che decadrà nel successivo intervallo di tempo dt sarà:

$$dN = \lambda N dt$$

costante di decadimento
(probabilità di decadere
per secondo)

L'andamento del numero di nuclei nel tempo si ricava dall'equazione:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

da cui:

$$\int \frac{dN}{N} = - \int \lambda dt$$

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

cioè:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Vita media e tempo di dimezzamento

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} = 0.693\tau$$

tempo di dimezzamento (s)

costante di decadimento (s^{-1})

vita media (s)

Attività: $N\lambda$ [Bq=decadimenti/s]

Becquerel

Nota:
Vecchia unità: Ci (Curie) =
attività di 1 g di Radio =
 3×10^{10} Bq

Nuclei stabili

