

Elettrostatica

- 1. Concetto di Carica*
- 2. Concetto di Campo*
- 3. Legge di Gauss*
- 4. Dal Campo alla Forza*
- 5. Potenziale elettrico*

Cariche e Forze Fondamentali della Natura

PARTICELLE

Quarks $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$

Leptoni $\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$

Anti-PARTICELLE

Quarks $\begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \bar{c} \\ \bar{s} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \bar{t} \\ \bar{b} \end{pmatrix}$ ←

Leptoni $\begin{pmatrix} e^+ \\ \nu_e \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \mu^+ \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \tau^+ \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$ ← ←

*cariche forti,
elettriche e deboli*

*cariche elettriche e deboli
cariche deboli*

L'identità delle particelle di materia è determinata dalla carica associata

Ogni anti-particella ha una carica complementare rispetto alla particella corrispondente

PARTICELLE CHE TRASMETTONO LE FORZE

Colore (Forte)	gluoni (massa=0)
Elettromagnetica	γ (massa=0)
Debole	W^-, W^+, Z^0 (massa=80-90 GeV)

MATERIA



AntiMATERIA

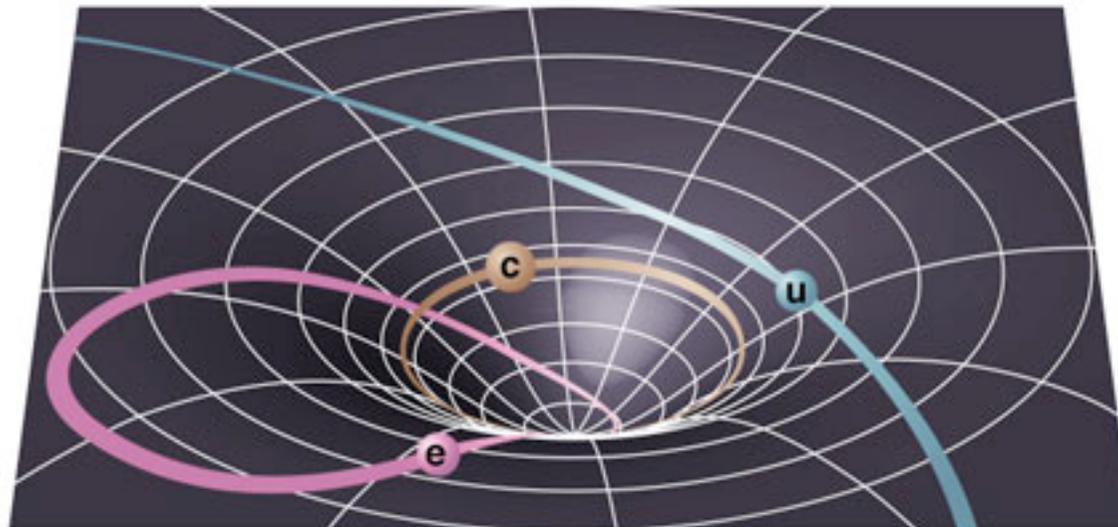


Effetto delle Cariche

L'effetto dell'esistenza di una carica è la deformazione (rottura della simmetria) dello spazio intorno a sè.

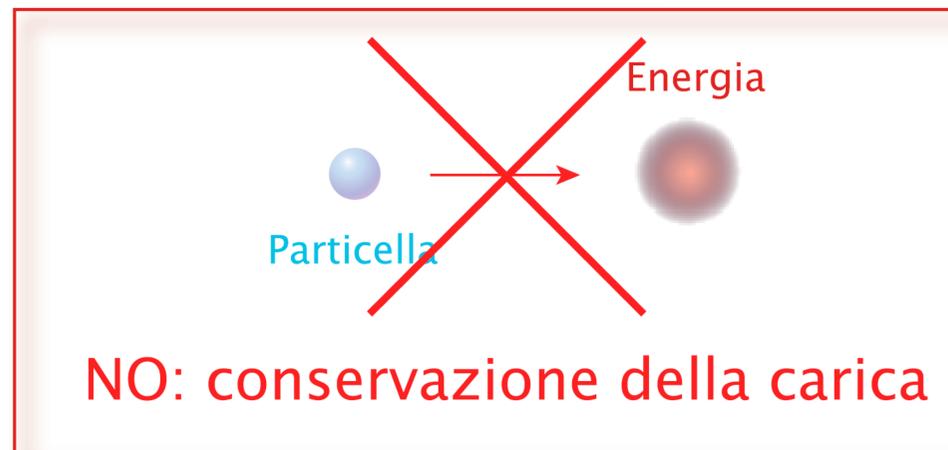
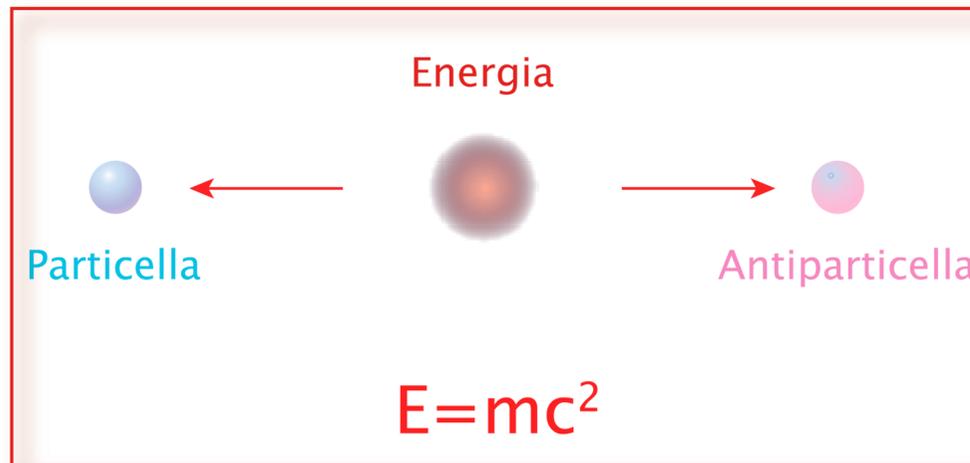
Analogia con la gravitazione:

c circular orbit
e elliptical orbit
u unbound orbit



Trasformazione di materia in energia e viceversa

Un altro degli effetti dell'esistenza delle cariche è che la materia non può trasformarsi liberamente in energia e viceversa



Tipi di cariche

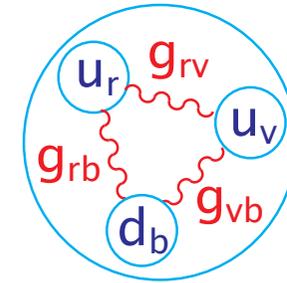
Carica forte: 3 tipi (rosso, verde, blu)

Cariche elettriche dei quarks:

$$u \rightarrow 2/3 e$$

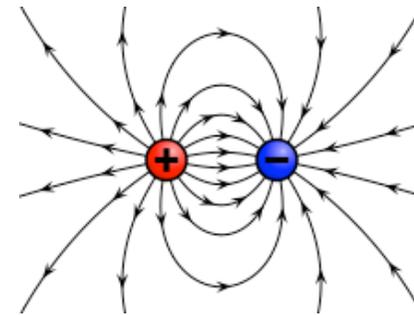
$$d \rightarrow -1/3 e$$

Protone



Carica elettrica: 2 tipi (negativa e positiva)

Carica elettrica dell'elettrone: $e=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$



Carica debole: 3 tipi (uno per famiglia)



Campo elettrico

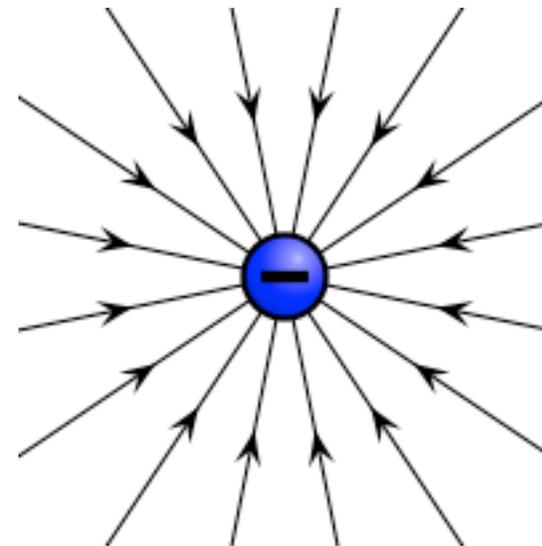
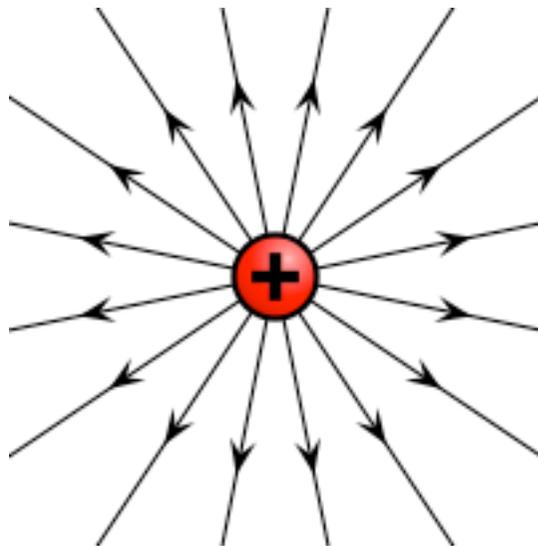
Il **CAMPO ELETTRICO** rappresenta la deformazione delle proprietà dello spazio legata all'esistenza di una carica elettrica.

Si esprime graficamente attraverso le "linee di campo" (o meglio: linee di flusso del campo)

Carica positiva: linee uscenti

Carica negativa: linee entranti

Effetto immediato: cariche uguali si respingono, cariche opposte si attraggono.



Se le cariche sono isolate il campo è simmetrico in tutte le direzioni spaziali.

Legge di Gauss

$$\phi = \oint_A \vec{E} \cdot \vec{dA} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Flusso di campo elettrico uscente dalla superficie A

Campo elettrico

Carica contenuta all'interno della superficie A

Integrale sulla superficie chiusa A

Elemento infinitesimo di superficie (vettore di modulo uguale all'area e direzione uscente dalla superficie)

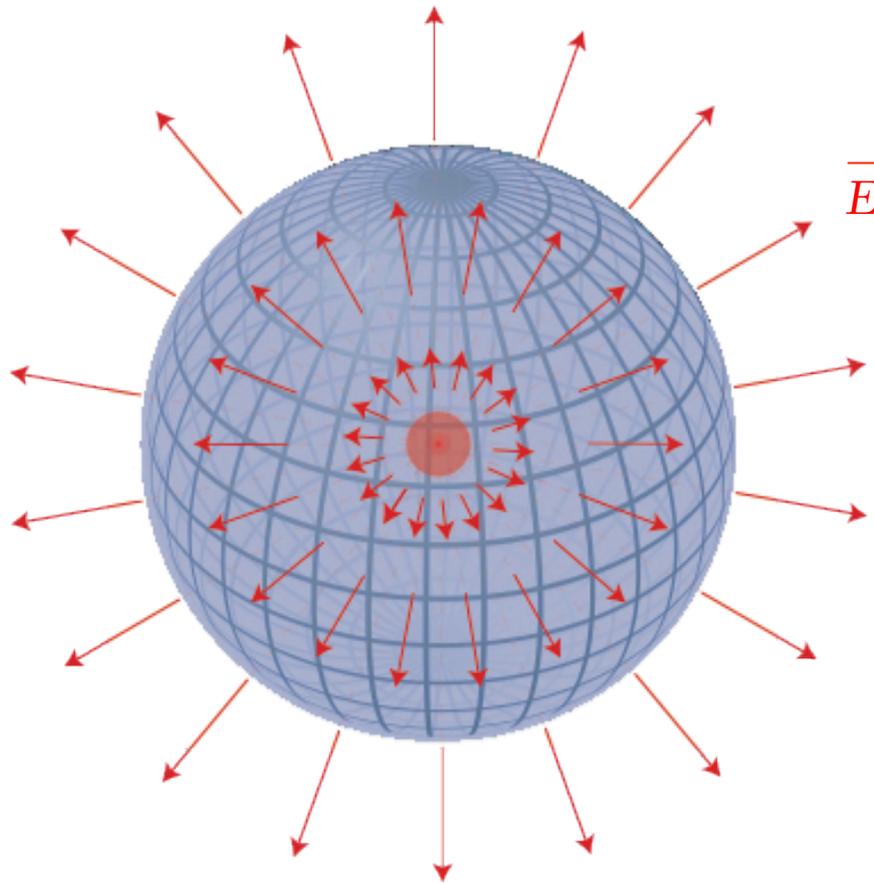
Costante dielettrica del vuoto

Da un punto di vista fisico, il significato è:

- le linee di campo iniziano o terminano solo in corrispondenza di cariche elettriche
- la carica elettrica si conserva
- le linee di campo si conservano

Legge di Gauss - superficie sferica

Se la superficie è una sfera e la carica è puntiforme e positiva, per simmetria il campo deve essere lo stesso in qualsiasi punto della superficie a distanza R dalla carica, e uscente dalla sfera.



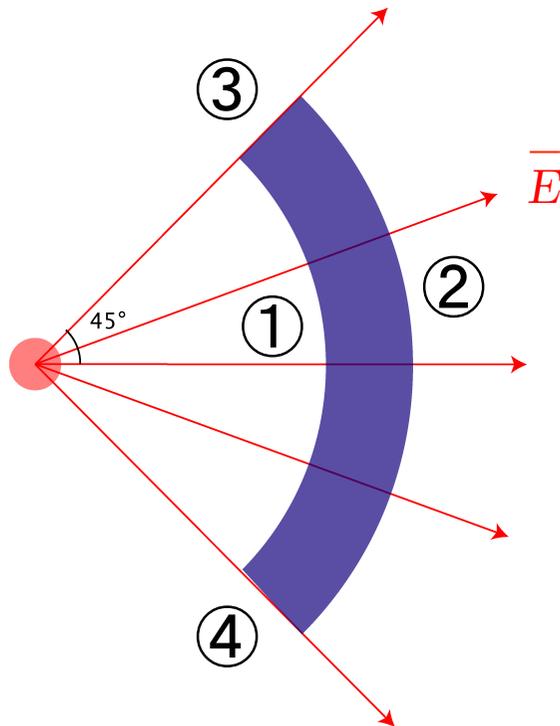
$$\begin{aligned}\Phi &= \oint_A \bar{E} \cdot \overline{dA} = \\ &= E \oint_A dA = \\ &= E (4\pi R^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \\ \Rightarrow E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}\end{aligned}$$

Il vettore si può esprimere come: $\bar{E} = E\hat{R}$

NOTA: se la carica interna è negativa, il flusso è *negativo* (entrante)

Superficie senza cariche all'interno

Se la superficie non contiene cariche all'interno e esiste una carica all'esterno, tutte le linee di forza che entrano nella superficie dovranno uscirne e il flusso netto sarà nullo.



Le superfici 3 e 4 non contribuiscono perché il campo elettrico è perpendicolare a dA e quindi il prodotto scalare è 0.

Nella superficie 1 il campo è entrante e quindi il flusso è negativo.

Nella superficie 2 il campo è uscente e quindi il flusso è positivo.

In valore assoluto, il flusso che entra in 1 è uguale al flusso che esce da 2 perché il campo diminuisce come R^2 e la superficie aumenta come R^2 .

Campi prodotti da più cariche

In presenza di più cariche, il campo totale è dato dalla somma dei campi prodotti dalle singole cariche:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 + \dots$$

Vale cioè il principio di sovrapposizione

Ciò vale anche in caso di distribuzioni continue di carica

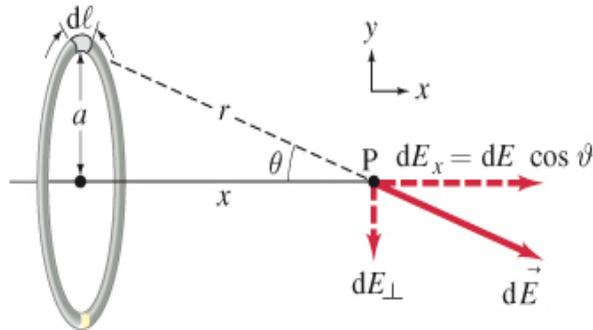
In tale caso si considera ogni elemento infinitesimo del corpo carico come fonte di un campo elettrico e il campo totale risulta dall'integrale sul volume del corpo:

$$\vec{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} \hat{r}$$

dove il versore rappresenta la direzione dall'elemento infinitesimo al punto di misura

Esempio: campo elettrico prodotto da un anello carico

La carica di un elemento infinitesimo dell'anello di lunghezza $d\ell$ vale:



$$dQ = \frac{Q}{2\pi a} d\ell = \lambda d\ell$$

dove $\lambda = \frac{Q}{2\pi a}$ rappresenta la densità di carica per unità di lunghezza.

Tutti gli elementi dell'anello si trovano a distanza r dal punto di misura, quindi il campo da essi generato vale

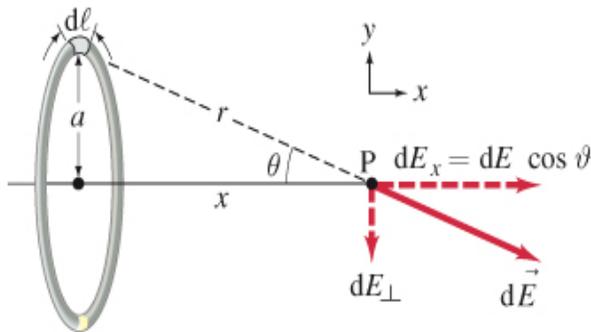
$$\overline{dE} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda d\ell}{r^2} \hat{r}$$

Per ogni elemento, il campo ha una componente parallela all'asse di simmetria (in direzione x) e una perpendicolare.

Alla componente perpendicolare prodotta da ogni elemento ne corrisponde una di segno contrario prodotta dall'elemento diametralmente opposto, quindi l'effetto sul campo totale è nullo.

Esempio: campo elettrico prodotto da un anello carico

I contributi di ogni elemento al campo elettrico nella direzione x (parallela all'asse di simmetria) sono invece tutte uguali tra loro e pari a



$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \theta$$

Per calcolarne l'effetto cumulativo bisogna eseguire l'integrale lungo il cerchio:

$$E_x = \oint dE_x = \frac{\lambda \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint dl = \frac{\lambda \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} 2\pi a = \frac{Q}{2\pi a} \frac{\cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} 2\pi a = \frac{Q \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Ancora sulle linee di forza

Se sono presenti due cariche di segno opposto (dipolo elettrico) le linee di forza usciranno dalla carica positiva per entrare nella carica negativa

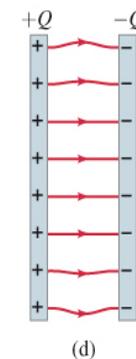
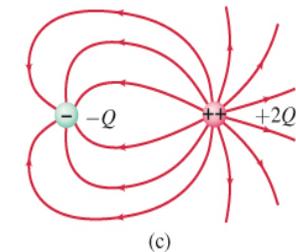
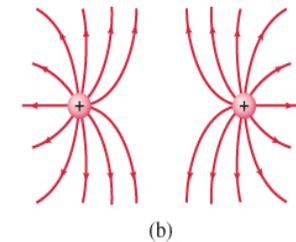
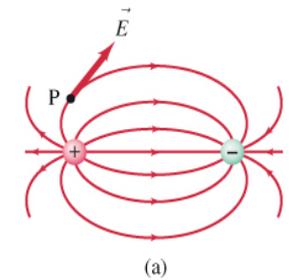
La retta tangente alla linea di forza in ogni punto indica la direzione del campo in quel punto

Nel caso di due cariche dello stesso segno le linee di forza non si uniscono mai

Nel caso di due cariche opposte di valore diverso, solo una parte delle linee di forza della carica maggiore si uniranno a quelle della carica minore, mentre le altre saranno libere

La densità di linee di forza in ogni punto è proporzionale all'intensità del campo elettrico in quel punto

Nel caso di due superfici piane vicine caricate in modo opposto, le linee di forza saranno circa perpendicolari alle superfici con piccole deviazioni solo in prossimità del bordo



Dal Campo alla Forza

La **FORZA ELETTRICA** è l'effetto del Campo Elettrico prodotto dalla carica Q su una carica elettrica q

$$\vec{F} = q\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{R^2} \hat{R}$$

dove R è la distanza fra le cariche (Legge di Coulomb).

Unità di misura

Nel Sistema Internazionale l'unità fondamentale è l'Ampere [A], cioè l'unità di corrente

Carica elettrica: Coulomb [C] = [A s]

Campo elettrico: Newton/Coulomb [N C⁻¹] = [N A⁻¹ s⁻¹]

Costante dielettrica del vuoto: 8.85×10^{-12} [C² N⁻¹ m⁻²], oppure [A² s² N⁻¹ m⁻²], oppure [A² kg m⁻¹]

Nota: [N] = [kg m s⁻²]

"Forza" della forza elettrostatica

Un elettrone ha una carica elettrica di $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Ci vogliono 6.25×10^{18} elettroni per fare una carica $q_- = -1 \text{ C}$

6.25×10^{18} positroni hanno una carica $q_+ = 1 \text{ C}$

La massa di 6.25×10^{18} elettroni o positroni ($m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$) è: $5.7 \times 10^{-12} \text{ kg}$

Forza elettrica tra 6.25×10^{18} elettroni e 6.25×10^{18} positroni a un metro di distanza:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_+ q_-}{R^2} = 9 \times 10^9 \text{ N}$$

Forza gravitazionale tra 6.25×10^{18} elettroni e 6.25×10^{18} positroni a un metro di distanza:

$$F = G \frac{M_+ M_-}{R^2} = 2.2 \times 10^{-33} \text{ N}$$

Nota: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Elettricità statica

I fenomeni elettrici sono osservabili nella vita comune (fulmini, scariche tra oggetti isolati, ecc.).

*La parola deriva dal greco **elektron** che significa **ambra** in quanto tale sostanza era nota fin dall'antichità per la sua capacità, se strofinata con un panno, di attrarre polvere o frammenti di foglie.*

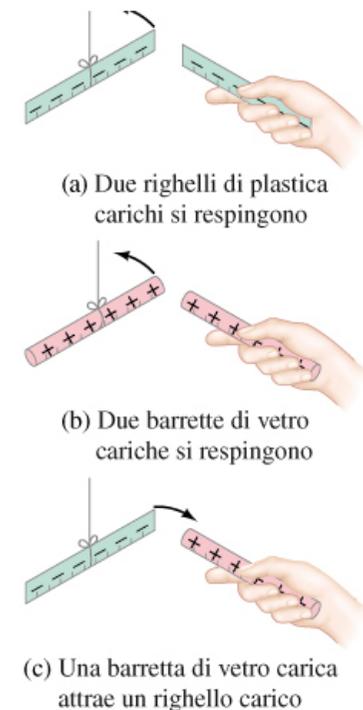
*La proprietà fondamentale dei fenomeni elettrici è la **carica elettrica***

La carica elettrica esiste in due varietà (positiva e negativa)

Oggetti carichi della stessa varietà si respingono mentre se carichi di segno opposto si attraggono

La carica può passare da un corpo all'altro ma la carica totale di un sistema di corpi si conserva

Se un corpo acquisisce una carica positiva un altro deve a sua volta acquisirne una negativa uguale (o perderne una positiva uguale) in modo che la somma rimanga costante (principio di conservazione)



Elettricità statica

I fenomeni elettrici traggono origine dalla natura atomica della materia

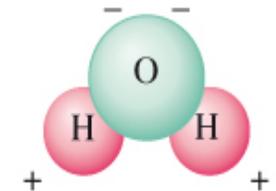
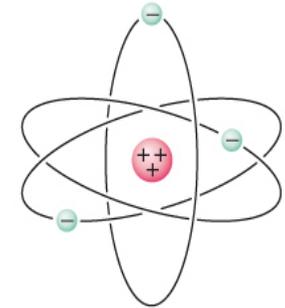
Gli elettroni, carichi negativamente sono attratti dal nucleo, carico positivamente

Gli elettroni possono essere tolti o aggiunti (ad es. tramite sfregamento) a un atomo (che normalmente è neutro) che così diventa uno ione positivo carico elettricamente.

Gli elettroni possono liberarsi anche autonomamente dal vincolo con il nucleo ed in questo modo possono spostarsi e quindi trasportare la carica all'interno del corpo

Nei liquidi e nei gas anche gli ioni possono muoversi e trasportare cariche

Gli elettroni o gli ioni possono essere attratti anche da molecole polari (come quella dell'acqua) in cui gli atomi di idrogeno mettono in condivisione i loro elettroni con l'ossigeno



Conduttori e isolanti

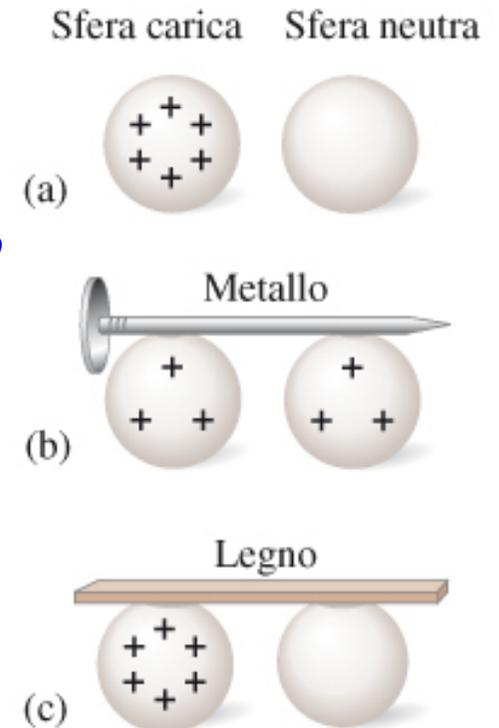
In alcune sostanze, come i **metalli** la probabilità che un elettrone si liberi dal vincolo con il suo nucleo è particolarmente elevata, per questo motivo possono **trasmettere** la carica elettrica da un corpo ad un altro

Tali sostanze sono dette **conduttori**

In altre sostanze, come la gomma o il legno, la probabilità è molto bassa e per questo sono dette **non conduttori o isolanti**

In altre sostanze ancora (come il silicio o il germanio) il comportamento è variabile tra conduttore e isolante (in relazione alla temperatura o al campo elettrico applicato) e vengono dette **semiconduttori**

Gli elettroni che si svincolano dagli atomi dei conduttori sono detti **elettroni liberi o di conduzione**

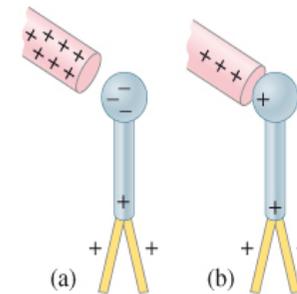
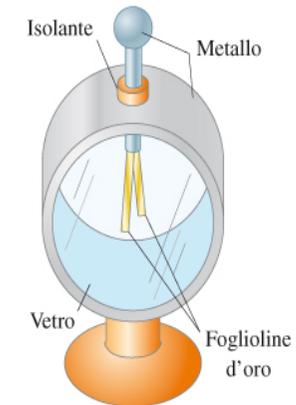


Carica indotta, elettroscopio

È possibile passare la carica da un conduttore carico ad un altro neutro attraverso il semplice contatto

Ma anche solo avvicinando l'oggetto carico a quello neutro (induzione) in quanto le cariche libere di segno opposto presenti nell'oggetto neutro saranno attratte dall'oggetto carico mentre quelle dello stesso segno saranno respinte

La presenza di carica può essere misurata con un elettroscopio le cui lamelle (entrambe cariche dello stesso segno) tenderanno a separarsi quando la carica viene trasmessa o indotta all'elettrodo



Legge di Coulomb

Le forze di attrazione e repulsione tra le cariche elettriche sono state studiate da Coulomb a partire dal 1780

Con gli scadenti strumenti del tempo riuscì a dimostrare che la forza esercitata tra due cariche è proporzionale alle intensità delle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza

Tale forza si esercita lungo la direzione congiungente le due cariche ed è attrattiva se le cariche sono di segno opposto e repulsiva se sono di segno concorde

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$k = 9 \times 10^9 \text{ NC}^{-2} \text{ m}^2$$

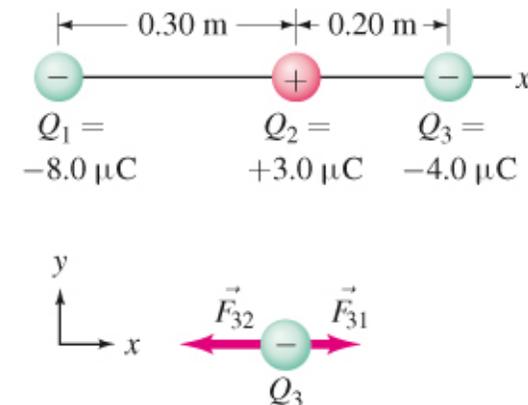
Terzo principio della dinamica

Anche per le forze di Coulomb vale il III principio della dinamica: la forza esercitata dalla carica Q_1 su una carica Q_2 è uguale ed opposta alla forza esercitata dalla Q_2 sulla Q_1

Nel caso di tre cariche, la forza totale agente sulla carica Q_3 è data dalla somma delle forze esercitate su di essa da parte delle altre due. I loro moduli sono:

$$F_{31} = k \frac{Q_3 Q_1}{r_{31}^2} = 9 \times 10^9 \frac{4 \times 10^{-6} \cdot 8 \times 10^{-6}}{0.5^2} = 1.2 \text{ N}$$

$$F_{32} = k \frac{Q_3 Q_2}{r_{32}^2} = 9 \times 10^9 \frac{4 \times 10^{-6} \cdot 3 \times 10^{-6}}{0.2^2} = 2.7 \text{ N}$$



La F_{31} è repulsiva quindi spinge la particella Q_3 verso destra (direzione positiva) mentre la F_{32} è attrattiva e la spinge verso sinistra (direzione negativa).

La forza totale vale quindi:

$$F_3 = F_{31} - F_{32} = -1.5 \text{ N}$$

Campo elettrico di una superficie infinita

La legge di Gauss può essere utilizzata per ricavare il campo elettrico generato da distribuzioni continue di carica

Ad esempio il caso della distribuzione di carica piana e infinita in un corpo non conduttore con densità superficiale di carica σ costante, può essere risolto considerando una superficie cilindrica chiusa con asse perpendicolare al piano

A causa della simmetria, il campo è diretto perpendicolarmente al piano e quindi non c'è flusso lungo la superficie laterale del cilindro. Essendo il campo perpendicolare alle due superfici di base del cilindro il flusso vale:

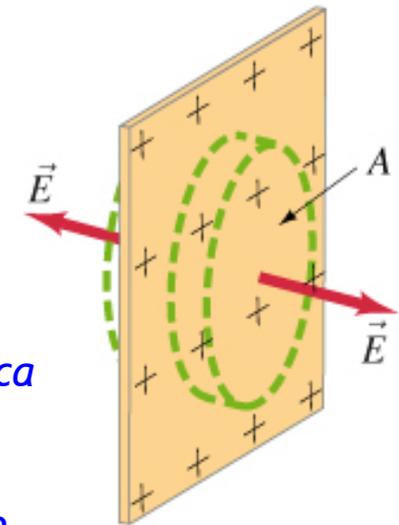
$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{base1} E dA + \int_{base2} E dA + \int_{lato} 0 dA = EA + EA = 2EA$$

Poiché $Q = \sigma A$ si ricava:

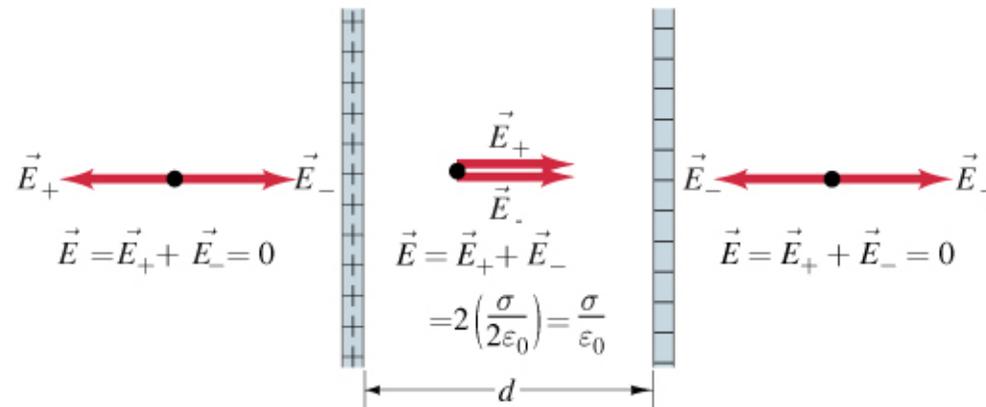
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Che come si può vedere non dipende dalla distanza dalla superficie carica

Una superficie infinita è ovviamente solo un'astrazione, ma il risultato vale approssimativamente anche per una superficie piana finita, quando la distanza è piccola rispetto alle dimensioni della superficie stessa.



Campo elettrico tra due superfici infinite



Se abbiamo due superfici piane parallele cariche di segno opposto il precedente risultato permette di ricavare il campo tra le due superfici come

$$E_{\text{int}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Mentre esternamente il campo è nullo

$$E_{\text{est}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

Campo elettrico di un filo carico

Un'altro esempio è quello di un filo con densità di carica per unità di lunghezza uniforme λ

Il campo elettrico prodotto è diretto radialmente, quindi il flusso sulle basi del cilindro è nullo (il campo è parallelo alla superficie)

Il flusso sulla superficie cilindrica vale

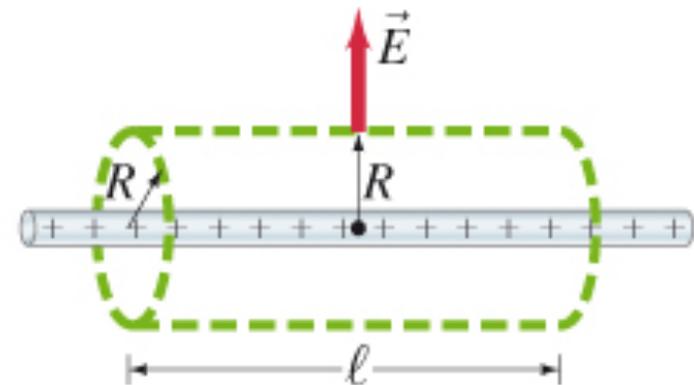
$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \int dA = E(2\pi R\ell)$$

Sostituendo $Q = \lambda\ell$ si ha

$$E(2\pi R\ell) = \frac{\lambda\ell}{\epsilon_0}$$

da cui

$$E = \frac{\lambda}{2\pi R\epsilon_0}$$



Campo elettrico e conduttori

In condizioni statiche, all'interno di un conduttore il campo elettrico deve essere nullo

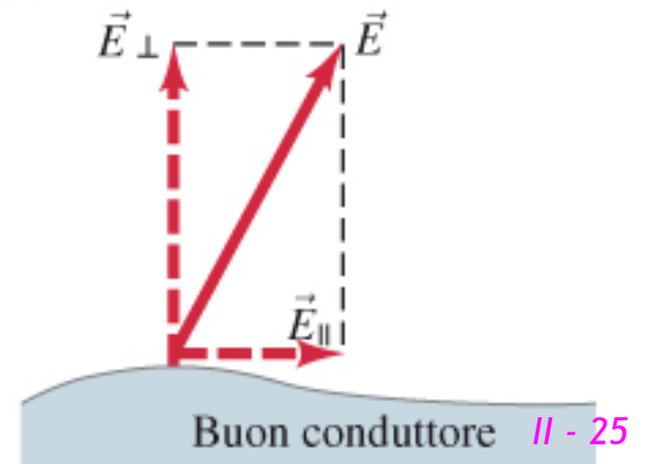
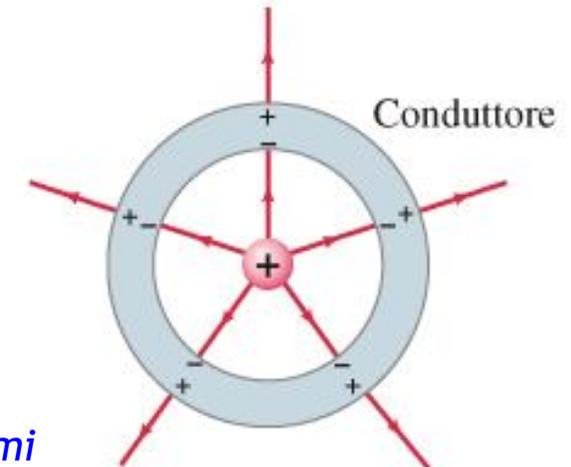
Infatti se il campo fosse diverso da zero le cariche presenti si muoverebbero fino a raggiungere una configurazione di equilibrio in cui di nuovo il campo sarebbe nullo

Una conseguenza di ciò è che le cariche presenti in un conduttore carico si posizionano al suo bordo, in modo cioè da essere più lontane possibile le une dalle altre

Un conduttore posto all'esterno di una carica elettrica non ne modifica il campo al di fuori di sé

Infatti, nel caso di una carica positiva, gli elettroni negativi si ridistribuiscono sul bordo interno e le cariche positive degli atomi privati di elettroni sul bordo esterno in modo da neutralizzare internamente al conduttore il campo prodotto dalla carica

Inoltre il campo elettrico sulla superficie esterna di un conduttore deve essere perpendicolare alla superficie stessa, altrimenti le cariche si muoverebbero lungo la superficie fino a trovare un equilibrio



Gabbia di Faraday

Se invece un campo esterno è applicato ad un contenitore di materiale conduttore, si ha che il campo è nullo all'interno

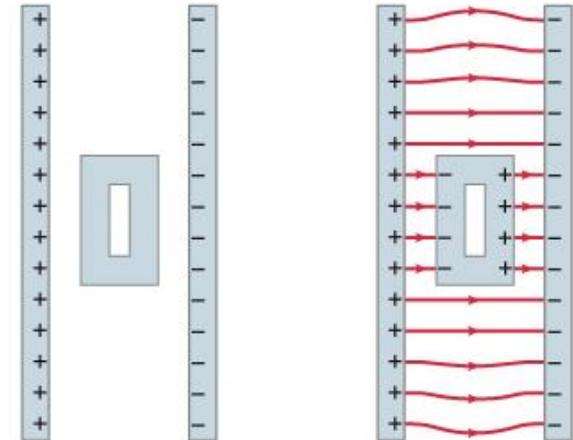
Infatti se l'oggetto fosse pieno, le cariche presenti si distribuirebbero sul bordo esterno in modo da rendere nullo il campo all'interno

Nel caso dell'oggetto cavo la situazione è la stessa perché le cariche possono comunque redistribuirsi lungo il bordo esterno in modo da rendere nullo il campo all'interno

Questo fenomeno viene sfruttato per “schermare” strumenti o fili elettrici in modo che i campi esterni non abbiano influenza su di loro

Una persona all'interno di una gabbia conduttrice non viene colpita dalle scariche elettriche che colpiscono la gabbia detta di Faraday dal nome del suo scopritore

In caso di fulmini, il telaio metallico di un'automobile protegge i passeggeri come una gabbia di Faraday



Potenziale elettrostatico

L'energia potenziale può essere definita anche per le forze elettrostatiche in quanto tali forze sono conservative (il lavoro compiuto dipende solo dal punto iniziale e finale e non dal percorso seguito)

Come in meccanica, la variazione di energia potenziale è data dall'opposto del lavoro compiuto dalla forza conservativa (oppure uguale al lavoro compiuto da forze esterne per opporsi alla forza conservativa)

$$\Delta U = U_b - U_a = -W = -Fd$$

Si definisce potenziale elettrico V , l'energia potenziale per unità di carica (in analogia al campo elettrico E che è definito come la forza F per unità di carica q)

$$V = \frac{U}{q}$$

Quindi la differenza di potenziale elettrico tra due punti a e b vale

$$V_{ba} = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q} = -\frac{W}{q}$$

Potenziale elettrico

L'unità di misura del potenziale elettrico è il Joule/ Coulomb [J/C] che prende il nome di Volt [V] in onore di Alessandro Volta, studioso italiano che per primo lo definì

Il valore del potenziale elettrico dipende, come quello dell'energia potenziale, dalla scelta dello zero

Normalmente questo valore zero viene attribuito al suolo della Terra (o anche solo "terra" o "massa") rispetto al quale le differenze di potenziale sono calcolate.

Conseguentemente alla definizione di potenziale, la variazione di energia potenziale subita da una carica che si muove da un punto a a un punto b vale

$$\Delta U_{ba} = U_b - U_a = q(V_b - V_a) = qV_{ba}$$

Le sorgenti di energia elettrica hanno la funzione di fornire (e mantenere fissa) una certa differenza di potenziale.

La quantità effettiva di energia (potenziale) elettrica che viene utilizzata negli apparati elettrici dipende dalla quantità di carica complessiva che fluisce in essi.

Potenziale elettrico e campo elettrico

Gli effetti di una distribuzione di carica si possono descrivere sia in termini di campo elettrico che di potenziale

Spesso la seconda è più semplice perchè il potenziale è una quantità scalare mentre il campo elettrico è un vettore

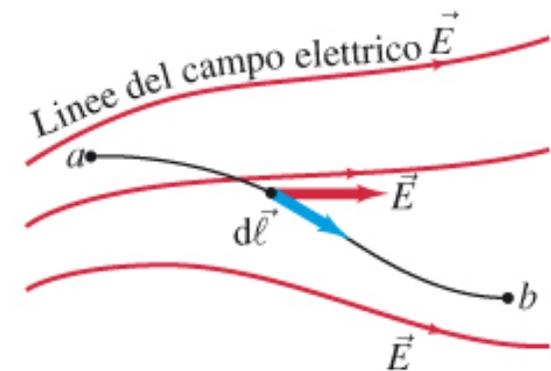
La relazione tra potenziale e campo elettrico si deduce in analogia al caso dell'energia meccanica in cui

$$\Delta U_{ba} = U_b - U_a = - \int_a^b \vec{F} \cdot \vec{d\ell}$$

Per il potenziale elettrico vale infatti

$$V_{ba} = V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q} = - \int_a^b \frac{\vec{F}}{q} \cdot \vec{d\ell} = - \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{d\ell}$$

L'equazione precedente indica che il campo elettrico E può essere misurato, oltre che in N/C anche in Volt/metro [V/m]



Potenziale elettrico e campo elettrico

In analogia con l'energia potenziale meccanica:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Potenziale elettrico e campo elettrico

Per un campo elettrico uniforme E tra due superfici (“armature”) uniformemente cariche, la differenza di potenziale tra una superficie e l’altra si calcola come

$$V_{ba} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -E \int dx = -E [x]_a^b = -E (x_b - x_a) = -Ed$$

Quindi il modulo del campo elettrico vale

$$E = - \frac{V_{ba}}{d}$$

Il segno meno sta ad indicare che se il campo è diretto verso destra (come in figura) il potenziale dell’armatura a sinistra è maggiore di quella a destra

