

Esercizi finali prima parte

Due onde armoniche in una corda sono definite dalle funzioni:

$$y_1 = A \sin(20x - 30t)$$

$$y_2 = A \sin(25x - 40t)$$

con $A = 2$ cm, x in cm e t in s.

Determinare:

a) la differenza di fase a $x = 5$ cm e $t = 2$ s;

b) qual'è il valore positivo di x più vicino all'origine per cui si ha interferenza distruttiva a $t = 2$ s.

Un'onda sinusoidale su una corda è descritta da:

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t), \text{ con } A = 0.51 \text{ cm}, k = 3.1 \text{ rad/cm e } \omega = 9.3 \text{ rad/s}$$

Determinare:

a) di quanto si allontana la cresta dell'onda in 10 s;

b) se l'onda si muove lungo il verso positivo o lungo il verso negativo dell'asse x.

$$a) kx_1 - \omega t_1 = kx_2 - \omega t_2 \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{\omega(t_2 - t_1)}{k} = 30 \text{ cm}$$

b) Positivo

Un'onda armonica su una corda è descritta dall'equazione:

$$y_1 = (0.15 \text{ m}) \sin(0.8x - 50t), \text{ con } x \text{ e } y \text{ in metri e } t \text{ in secondi}$$

Se la massa per unità di lunghezza della corda è 12 g/m, determinare:

- a) la velocità dell'onda;
- b) la lunghezza d'onda;
- c) la frequenza;
- d) la potenza media trasmessa dall'onda.

$$a) \quad v = \frac{\omega}{k} = 62.5 \text{ m/s}$$

$$b) \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = 7.85 \text{ m}$$

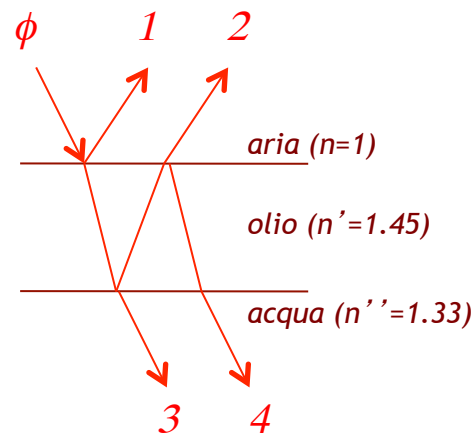
$$c) \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = 7.96 \text{ Hz}$$

$$d) \quad P = \frac{1}{4} \rho \omega^2 A^2 v = 10.55 \text{ W}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{dE}{dt} \\ dE &= \left\langle \frac{1}{2} (dm) v^2 \right\rangle = \\ &= \left\langle \frac{1}{2} (dm) \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{1}{2} (dm) \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t - kx) \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} (dm) \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{4} \rho (dx) \omega^2 A^2 \\ &= \frac{1}{4} \rho \omega^2 A^2 (dx) \\ \Rightarrow \frac{dE}{dt} &= \frac{1}{4} \rho \omega^2 A^2 v \end{aligned}$$

Un sottile strato d'olio ($n=1.45$) galleggiante sull'acqua ($n=1.33$) è illuminato perpendicolarmente da luce bianca. Lo strato ha uno spessore di 280 nm. Determinare:

- a) il colore dominante della luce riflessa
b) il colore dominante della luce trasmessa



1 sfasato di π rispetto a ϕ
2 non sfasato rispetto a ϕ

Interferenza costruttiva:

$$d_2 = 2d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n'}$$

3 non sfasato rispetto a ϕ
4 non sfasato rispetto a ϕ

Interferenza costruttiva:

$$d_2 = 2d = m \frac{\lambda}{n'}$$

Interferenza costruttiva nella riflessione:

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n'} \Rightarrow \lambda = \frac{2dn'}{m + \frac{1}{2}} = 1624 \text{ nm}, \underline{541 \text{ nm}}, 324 \text{ nm}$$

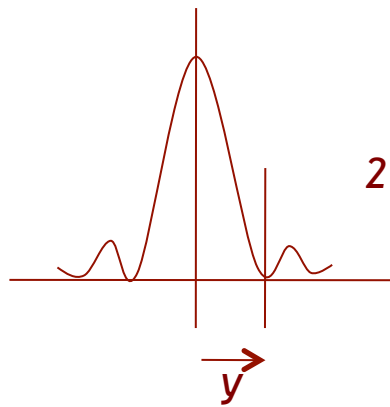
→ giallo

Interferenza costruttiva nella trasmissione:

$$2d = m \frac{\lambda}{n'} \Rightarrow \lambda = \frac{2dn'}{m} = 812 \text{ nm}, \underline{406 \text{ nm}}, 270 \text{ nm}$$

→ viola

Un laser all'elio-neon emette luce a 632.8 nm. L'apertura attraverso la quale il fascio esce ha un diametro di 0.5 cm. Stimare il diametro del fascio a 10 km dal laser.



2 x distanza dal primo minimo di diffrazione dal picco centrale

$$2y = 2D \sin \vartheta = 2 \times 0.61D \frac{\lambda}{R} = 3.08 \text{ m}$$

A 10 km di distanza da un trasmettitore radio l'ampiezza del campo elettrico è 0.2 V/m. Qual'è la potenza totale emessa dal trasmettitore (supponendo l'emissione uniforme nello spazio).

$$P = 4\pi r^2 \langle S \rangle = 4\pi r^2 \frac{E_{\max}^2}{2} \underbrace{\sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}}}_{= \frac{1}{337}} = 74.6 \text{ kW}$$

$$S = EH = E \frac{B}{\mu_o} = E \frac{E}{c\mu_o} = \frac{E^2}{\frac{\mu_o}{\sqrt{\mu_o \epsilon_o}}} = \frac{E^2}{\sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}}} = E^2 \sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}}$$

Un'onda elettromagnetica sinusoidale piana si propaga in direzione x , con il campo elettrico in direzione y . La lunghezza d'onda è 50 m e l'ampiezza massima del campo elettrico è di 22 V/m.

Calcolare:

a) Calcolare la frequenza dell'onda.

b) Calcolare il valore, la direzione e il verso di B quando il campo elettrico è massimo ed è diretto nel verso negativo dell'asse y .

c) Scrivere un'espressione di B nella forma: $B = B_{\max} \cos(kx - \omega t)$, determinando i valori numerici di $B_{\max}$, k e ω .

$$a) \nu = \frac{c}{\lambda} = 6 \times 10^6 \text{ Hz} = 6 \text{ MHz}$$

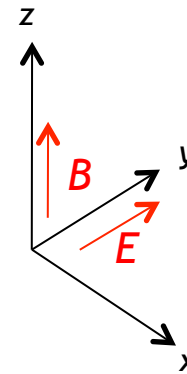
$$b) B = \frac{E}{c} = 7.33 \times 10^{-8} \text{ T} = 73.3 \text{ nT}$$

$$\vec{B}_{\max} = -73.3 \hat{k} \text{ nT}$$

$$c) \omega = 2\pi\nu = 3.77 \times 10^7 \text{ rad/s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0.126 \text{ rad/m}$$

$$\vec{B} = -(73.33 \text{ nT}) \cos(0.126x - 3.77 \times 10^7 t) \hat{k}$$



Nel 1965 Penzias e Wilson scoprirono la radiazione cosmica di fondo, emessa quando l'universo divenne trasparente alla radiazione elettromagnetica. La densità di energia di questa radiazione è $4 \times 10^{-14} \text{ J/m}^3$. Determinare l'ampiezza massima del corrispondente campo elettrico.

$$\langle u \rangle = \epsilon_o \langle E^2 \rangle \Rightarrow \langle E^2 \rangle = \frac{\langle u \rangle}{\epsilon_o} \Rightarrow \frac{1}{2} E_{\text{max}}^2 = \frac{\langle u \rangle}{\epsilon_o} \Rightarrow E_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2\langle u \rangle}{\epsilon_o}} = 95.1 \text{ mV/m}$$

Uno schermo dista 1.2 m da due fenditure illuminate da luce. La distanza fra le due fenditure è 0.03 mm. La frangia chiara del 2° ordine si trova a 4.5 cm dalla frangia centrale. Determinare la lunghezza d'onda della luce.

$$y_m = \frac{D}{d} m \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{dy_2}{2D} = 560 \text{ nm}$$

diagramma: un'equazione con due frecce verticali. Una freccia rivolta verso l'alto è accanto a 'D' e punta verso il testo 'distanza schermo'. Una freccia rivolta verso il basso è accanto a 'd' e punta verso il testo 'distanza fenditure'.