Esercizi

Magnetismo

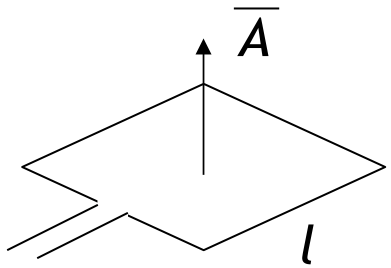
Una spira quadrata di lato l è immersa in un campo magnetico uniforme B. Quanto vale il flusso del campo di induzione magnetica nella spira se:

a) il campo è ortogonale al piano della spira;

b) il campo forma un angolo θ con la perpendicolare al piano della spira.

Determinare l'intensità di corrente media che circola nella spira se questa ha una resistenza R e viene ruotata dalla posizione (b) alla posizione (a) .

(dati del problema l=5 cm, B=0.16 T, θ = 30°, R=12 mΩ)



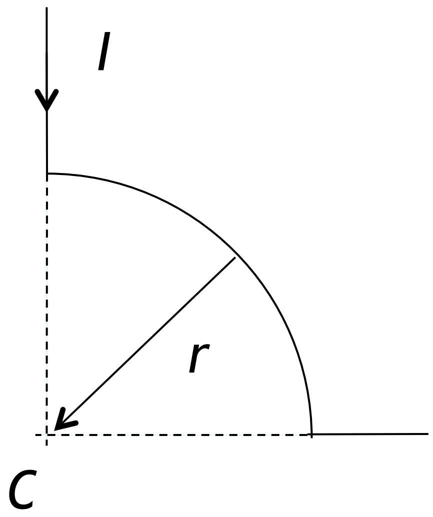
a) $\Phi_B = \overline{B} \cdot \overline{A} = BA = 4 \times 10^{-4}\,\mathrm{Wb}$

b) $\Phi_B = \overline{B} \cdot \overline{A} = BA\cos\theta = 3.5 \times 10^{-4}\,\mathrm{Wb}$

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi_b}{\Delta t} = 3.6 \times 10^{-4}\,\mathrm{V}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 30\,\mathrm{mA}$$

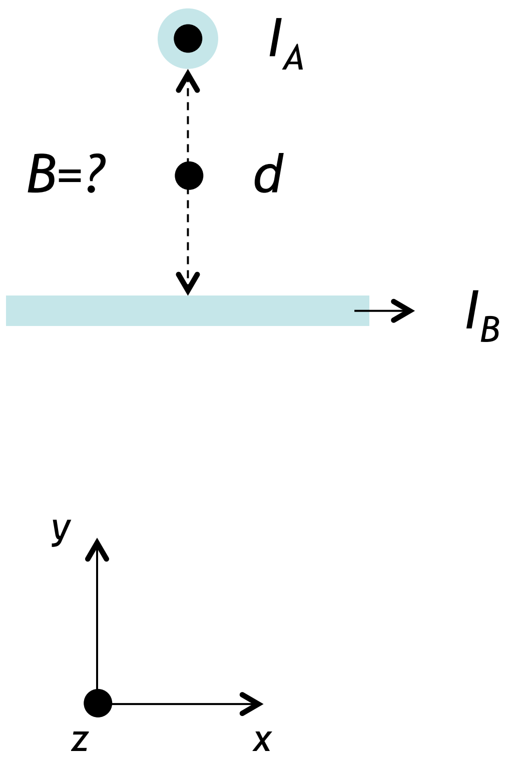
Un segmento di filo pari a un quarto di cerchio è percorso da una corrente I. La corrente entra ed esce dal segmento circolare attraverso due segmenti rettilinei in direzione radiale come mostrato in figura. Trovare il valore del campo di induzione magnetica nel punto C.



$$d\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\bar{l} \times \hat{r}}{r^2}$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\bar{l}}{r^2}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\left(\frac{1}{4}2\pi r\right) = \frac{\mu_0 I}{8r}$$

Due lunghi fili sono tra loro perpendicolari. La loro distanza è pari a 20 cm. Calcolare l'intensità del campo magnetico nel punto medio fra i due fili supponendo che il filo superiore sia percorso da una corrente di 20 A e quello inferiore da una corrente di 12 A.



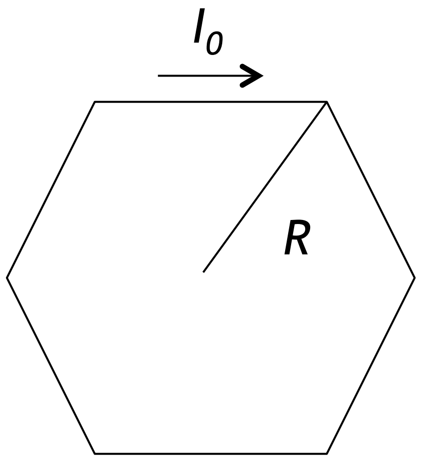
$$\overline{B}_{\mathrm{A}} = \overline{B}_{\mathrm{Ax}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_{\mathrm{A}}}{d/2}\hat{i}$$

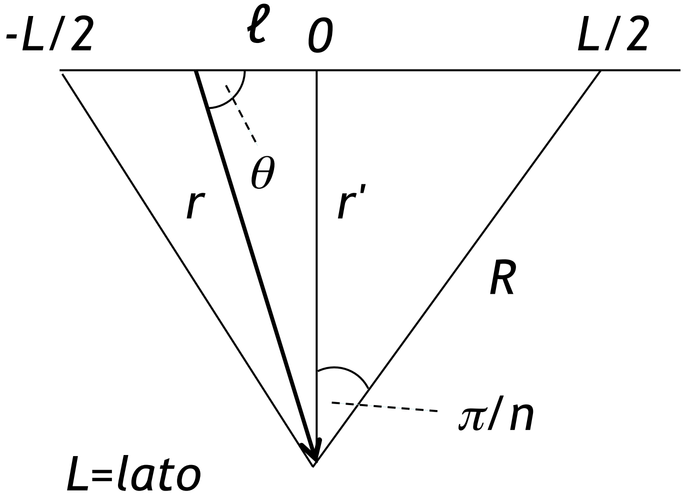
$$\overline{B}_{\mathrm{B}} = \overline{B}_{\mathrm{Bz}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_{\mathrm{B}}}{d/2}\hat{k}$$

$$\overline{B} = \overline{B}_{\mathrm{A}} + \overline{B}_{\mathrm{B}} = \frac{\mu_0}{2\pi d/2}\left(I_{\mathrm{A}}\hat{i} + I_{\mathrm{B}}\hat{k}\right)$$

$$|\overline{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi d/2}\sqrt{I_{\mathrm{A}}^2 + I_{\mathrm{B}}^2} = 46.6\,\mu\mathrm{T}$$

Un filo viene piegato in modod da formare un poligono regolare da n lati, i cui vertici sono tutti a distanza R dal centro del poligono. Nel filo scorre una corrente I_0. Determinare il valore del campo magnetico al centro del poligono. Verificare che al limite di $n \rightarrow \infty$ la formula si riduce a quella per una spira circolare.





$$\overline{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{\overline{d\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\overline{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{\overline{d\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{d\ell \sin\theta}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\ell^2 + r'^2}$$

$$\sin\theta = \frac{r'}{r} = \frac{r'}{\sqrt{\ell^2 + r'^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{\frac{r'}{\sqrt{\ell^2+r'^2}}}{\left(\sqrt{\ell^2 + r'^2}\right)^2} d\ell = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n r' \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{1}{\left(\ell^2 + r'^2\right)^{3/2}} d\ell$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n r' \left[\frac{\ell}{r'^2 \sqrt{\ell^2 + r'^2}}\right]_{-L/2}^{+L/2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n r' \left(\frac{L/2}{r'^2 \sqrt{(L/2)^2 + r'^2}} + \frac{L/2}{r'^2 \sqrt{(L/2)^2 + r'^2}}\right)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n \frac{1}{r'} \frac{L}{\sqrt{(L/2)^2 + r'^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n \frac{1}{r'} \frac{L}{R}$$

$$r' = R \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

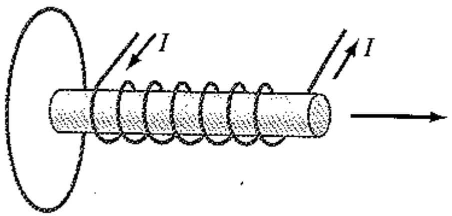
$$\frac{L/2}{R} = \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \Rightarrow \frac{L}{R} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} n \frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}{R \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

Limite per $n \to \infty$:

$$\lim_{n\to\infty} n \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = \lim_{n\to\infty} \pi \frac{n}{\pi} \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = \pi \lim_{n\to\infty} \frac{\tan\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\frac{\pi}{n}} = \pi$$

Il solenoide in figura viene allontanato dalla spira conduttrice. Qual'è il verso della corrente indotta nella spira?



antiorario