Esercizi

1. *Fotoni, elettroni*
2. *Struttura della materia*
3. *Nuclei, radioattività*
4. *Produzione e consumo di energia*

Calcolare il flusso di fotoni (supposti monocromatici a lunghezza d'onda di 450 nm) corrispondente ad un potenza incidente sulla terra di 600 W/m².

$$P = 600 \quad \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{P}{E}$$

ignoto

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{\left(6.63\times10^{34} \quad Js\right)\left(3\times10^{8} \quad \frac{m}{s}\right)}{\left(450\times10^{-9} \quad m\right)} = 4.42\times10^{-19} \quad J$$

$$I = \frac{\left(600 \quad \frac{W}{m^2}\right)}{\left(4.42\times10^{-19} \quad J\right)} = 1.36\times10^{21} \quad \frac{fotoni}{m^2 s}$$

Elettroni con energia 12.2 eV vengono sparati contro atomi di idrogeno in un tubo a scarica di gas. Determinare le lunghezze d'onda delle righe che possono essere emesse dall'idrogeno. (Costante di Rydberg: R_H = 1.097x10^{-7} m^{-1})

Il valore di n corrispondente allo stato raggiunto dall'atomo di idrogeno si ricava dalla quantizzazione dei livelli energetici di Bohr:

$$E_n = E_1 + 12.2\ eV = -13.6 + 12.2\ eV = -1.4\ eV = -\frac{13.6\ eV}{n^2}$$

$$n = 3.12$$

quindi n=3 e le transizioni possibili sono 3->2, 3->1 e 2->1, con lunghezze d'onda:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \Rightarrow \lambda = 656.3\ nm$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) \Rightarrow \lambda = 102.6\ nm$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \Rightarrow \lambda = 121.5\ nm$$

Trovare la velocità massima degli elettroni emessi quando luce di lunghezza d'onda λ = 500 nm colpisce una superficie di litio (lavoro di estrazione: Φ = 2.13 eV).

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = h\nu - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{\frac{(6.63\times10^{-34}\ Js)(3\times10^{8}\ m/s)}{(5\times10^{-7}\ m)} - (2.13\ eV)(1.6\times10^{-19}\ J/eV)}{\frac{1}{2}(9.11\times10^{-31}\ kg)}} = 3.5\times10^{5}\ m/s$$

Quale è l'attività di un grammo di ^{226}Ra, che ha tempo di dimezzamento di 1622 anni?

L'attività di un insieme di nuclei radioattivi, A, è data da:

$A = - dN/dt = \lambda N$

dove λ è la costante di decadimento ed N è il numero di nuclei presenti at tempo t.

Il numero di nuclei presenti in 1 g di ^{226}Ra è dato da:

$N = N_A m/(\text{peso atomico}) = (6.02 \times 10^{23}\ \text{nuclei/mole}) \times (1\ g) / (226\ g/\text{mole}) = 2.666 \times 10^{21}\ \text{nuclei}$

La costante di decadimento è data da:

$\lambda = 0.693/t_{1/2} = 0.693 / [(1622\ \text{anni}) \times (3.15 \times 10^{7}\ s/\text{anno})] = 1.355 \times 10^{-11}\ s^{-1}$

L'attività è quindi data da:

$$
\begin{aligned}
A &= \lambda N \\
&= (1.335 \times 10^{-11}\ s^{-1})(2.666 \times 10^{21}\ \text{nuclei}) \\
&= 3.612 \times 10^{10}\ Bq \\
&= 1\ Ci
\end{aligned}
$$

L'ogiva di una bomba all'uranio impoverito contiene 333 g di ^{238}U. Supponendo che la bomba esploda vaporizzando l'uranio in una nube di 100 m di raggio, calcolare l'attività specifica all'interno della nube ($t_{1/2}$ $^{238}U=4.95x10^{9}$ anni).

$$t_{1/2}\left(^{238}U\right) = 4.95 \times 10^{9} \quad anni$$

$$\lambda = \frac{0.693}{\left(4.95 \times 10^{9} \quad anni\right) \times \left(3.15 \times 10^{7} \quad s/anno\right)} = 4.44 \times 10^{-18} \quad s^{-1}$$

$$m = 333 \quad g$$

$$atomi\ ^{238}U: \quad N = m\frac{N_A}{p_{mol}} = \left(333 \quad g\right)\frac{\left(6 \times 10^{23} \quad atomi/mole\right)}{\left(238 \quad g/mole\right)} = 8.4 \times 10^{23} \quad atomi$$

$$Attività: \quad A = \left(\underline{numero \quad secondari} + 1\right)\lambda N = 15\left(4.44 \times 10^{-18} \quad s^{-1}\right)\left(8.4 \times 10^{23} \quad atomi\right) = 5.6 \times 10^{7} \quad Bq$$

figli in equilibrio secolare con l'^{238}U

$$R = 100 \quad m$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^{3} = 4.2 \times 10^{6} \quad m^{3}$$

$$\frac{A}{V} = \frac{\left(5.6 \times 10^{7} \quad Bq\right)}{\left(4.2 \times 10^{6} \quad m^{3}\right)} = 13 \quad Bq/m^{3}$$

Questo valore è paragonabile all'attività nell'aria dovuta alle emissioni di ^{222}Rn dal terreno.

Supponendo che le particelle emesse dall'^{238}U e dai suoi figli siano α di energia pari a 6 MeV, calcolare la dose assorbita da una persona che respiri all'interno della nube per un'ora (respirazione: 10 litri/minuto), nel caso la dose sia distribuita su tutto il corpo e nel caso la dose venga assorbita dalla gola (massa interessata: 30g). Rapportare il risultato con la dose annuale naturale.

$$E = 6\ \ MeV = \left(6\times10^{6}\ \ eV\right)\left(1.6\times10^{-19}\ \ J/eV\right) = 9.6\times10^{-13}\ \ J\ \ per\ \ decadimento$$

$$A = 13\ \ Bq/m^{3}$$

$$V = \left(10\ \ litri/min\right) = \frac{\left(10^{-2}\ \ m^{3}/min\right)}{\left(60\ \ s/min\right)} = 1.7\times10^{-4}\ \ m^{3}/s$$

$$t = 1\ \ ora = 3600\ \ s$$

decadimenti/ora

volume di aria respirata/ora

$$D_{corpo} = \frac{(\underbrace{At}_{decadimenti/ora})(\underbrace{Vt}_{volume\ di\ aria\ respirata/ora})E}{m_{corpo}} = \frac{\left(13\ \ Bq/m^{3}\right)\left(1.7\times10^{-4}\ \ m^{3}/s\right)\left(9.6\times10^{-13}\ \ J\right)\left(3600\ \ s\right)^{2}}{\left(75\ \ kg\right)} = 3.7\times10^{-10}\ \ Gy$$

$$DE_{corpo} = D\times QF = \left(3.7\times10^{-10}\ \ Gy\right)\left(20\ \ Sv/Gy\right) = 7.4\times10^{-9}\ \ Sv = 7.4\times10^{-6}\ \ mSv$$

$$D_{tiroide} = \frac{(At)(Vt)E}{m_{tiroide}} = \frac{\left(13\ \ Bq/m^{3}\right)\left(1.7\times10^{-4}\ \ m^{3}/s\right)\left(9.6\times10^{-13}\ \ J\right)\left(3600\ \ s\right)^{2}}{\left(30\times10^{-3}\ \ kg\right)} = 9.2\times10^{-7}\ \ Gy$$

$$DE_{tiroide} = D\times QF = \left(9.2\times10^{-7}\ \ Gy\right)\left(20\ \ Sv/Gy\right) = 1.9\times10^{-5}\ \ Sv = 1.9\times10^{-2}\ \ mSv$$

La dose assorbita è pari rispettivamente ad un milionesimo e ad un centesimo della dose annuale naturale.
Nota: le particelle a vengono fermate in gola se i nuclei sono attaccati a particolato grosso, altrimenti sono assorbiti dai polmoni e distribuiti nel corpo.

Una centrale nucleare ha una potenza installata di 1000 MW_e e produce energia elettrica per un anno. Calcolare la massa di CO_2 di cui si evita l'emissione, nei confronti di una centrale termoelettrica a gas naturale che produca la stessa energia elettrica annuale con un'efficienza di conversione termoelettrica del 40%.

1000 MW = $(10^9$ W) x $(3.15 \text{x} 10^7$ s/anno) = $3.15 \text{x} 10^{16}$ J/anno = $(3.15 \text{x} 10^{16}$ J/anno) / (4186 kcal/J)
= $7.5 \text{x} 10^{12}$ kcal/anno

1000 MW_e = 1000/0.4 MW_t = 2500 MW_t = $1.9 \text{x} 10^{13}$ kcal/anno prodotte nella centrale a carbone

per un consumo di:

$(1.9 \text{x} 10^{13}$ kcal/anno) / (11900 kcal/kg) = $1.6 \text{x} 10^9$ kgl/anno di CH_4
$(1.6 \text{x} 10^9$ kgl/anno) x 12/16 = $1.2 \text{x} 10^9$ kgl/anno di C

con una produzione di:

$(1.2 \text{x} 10^9$ kgl/anno) x 44/12 = $4.35 \text{x} 10^9$ kg/anno = 4. $35 \text{x} 10^6$ t/anno di CO_2

Un'automobile consuma 5 litri di benzina ogni 100 km alla velocità di 90 km/h. Assumendo per la benzina un potere calorifico di 10000 kcal/kg e una densità di 0.6 kg/l si chiede di calcolare la potenza meccanica erogata dal motore in queste condizioni, supponendo un rendimento termo-meccanico del 20%.

q = 10000 kcal/kg
ρ = 0.6 kg/l
c = 5 l/100 km = 0.05 l/km
v = 90 km/ora = 0.025 km/s

Potenza termica:

$P_t = q\rho cv = (10000\ \text{kcal/kg}) \times (0.6\ \text{kg/l}) \times (0.05\ \text{l/km}) \times (0.025\ \text{km/s}) \times (4186\ \text{J/kcal}) = 31.5\ \text{kW}$

Potenza meccanica:

$P_m = P_t\ 0.2 = 6.3\ \text{kW}$

Un concentratore parabolico solare focalizza la luce del sole su un oggetto da riscaldare. La potenza solare per unità di area (intensità) che raggiunge la terra in un certo luogo è 600 W/m² e il concentratore ha un diametro di 6 m. Assumendo che il 40% dell'energia incidente sia trasformata in energia termica, calcolare quanto tempo sarà necessario a vaporizzare 5 litri di acqua inizialmente a 20°C. (Calore latente di vaporizzazione dell'acqua λ = 540 cal/g).

$$d = 6 \ m$$

$$P = 600 \ \frac{W}{m^2}$$

$$\varepsilon = 0.4$$

$$c = 1 \frac{cal}{g°C} = 4186 \ \frac{J}{kg \ K}$$

$$\lambda = 540 \ \frac{cal}{g} = \left(540 \ \frac{cal}{g}\right)\left(1000 \ \frac{g}{kg}\right)\left(4.186 \ \frac{J}{cal}\right) = 2.26 \times 10^6 \ \frac{J}{kg}$$

$$T_i = 20°C$$

$$T_e = 100°C$$

$$V = 5 \ l = 5 \times 10^{-3} \ m^3$$

ignoto

$$t = \frac{Q}{PA\varepsilon} = \frac{cm(T_e - T_i) + \lambda m}{PA\varepsilon}$$

ignoto

$$m = \rho V = \left(10^3 \ \frac{kg}{m^3}\right)\left(5 \times 10^{-3} \ m^3\right) = 5 \ kg$$

$$A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 28.3 \ m^2$$

$$t = \frac{\left(4186 \ \frac{J}{kg \ K}\right)(5 \ kg)(80 \ K) + \left(2.26 \times 10^6 \ \frac{J}{kg}\right)(5 \ kg)}{\left(600 \ \frac{W}{m^2}\right)\left(28.3 \ m^2\right)(0.4)} = 1911 \ s = 0.5 \ ore$$

Il tetto di una casa, 7m x 10m di area, è stato costruito in modo da assorbire la radiazione solare incidente. La radiazione solare alla superficie è di 840 W/m² ed i raggi solari formano in media un angolo di 60° con il piano del tetto.
Determinare:
a) l'energia utile, in kWh, sfruttabile da questa fonte se il 15% dell'energia incidente è convertita in energia elettrica utilizzabile e l'illuminazione solare è in media di 8 ore al giorno.
b) il risparmio giornaliero dovuto allo sfruttamento dell'energia solare se il costo medio dell'energia per uso domestico è di 15 centesimi /kWh.

$R = 840 \ W/m^2$

$\theta = 60°$

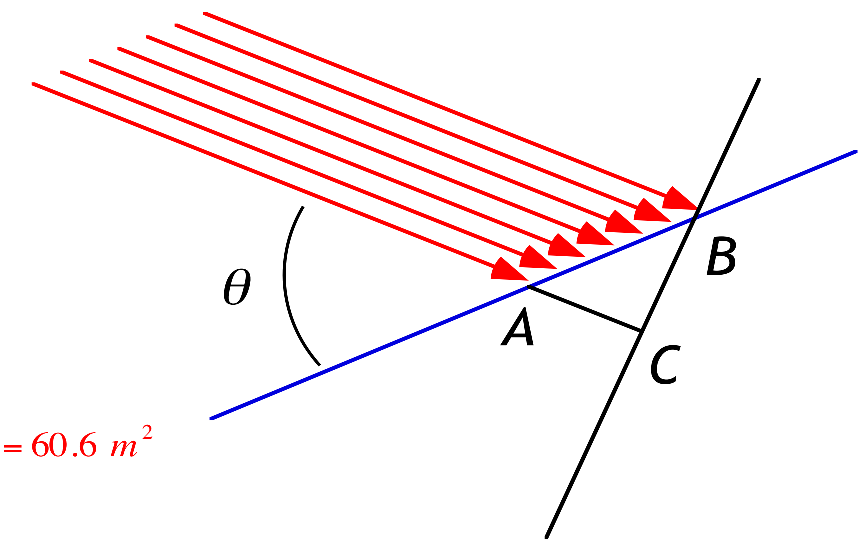
$A = (7 \ m)(10 \ m) = 70 \ m^2$

$t = 8 \ ore$

$\varepsilon_e = 0.15$

ignoto

$E = RA_{eff} t \ \varepsilon_e$



$\overline{BC} = \overline{AB}\sin\theta \Rightarrow A_{eff} = A\sin\theta = \left(70 \ m^2\right)\left(\sin 60°\right) = 60.6 \ m^2$

$E = \left(840 \ W/m^2\right)\left(60.6 \ m^2\right)\left(8 \ ore\right)\left(0.15\right) = 61.1 \ kWh/giorno$

Risparmio = 0.15 euro x 61.1 kWh/giorno = 9.2 euro/giorno